Freie Universität Berlin
Zuse Institut Berlin (ZIB)
Prof. Dr. H. Siebert, Dr. T. Dierkes, M. berg

3. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Analysis Sommersemester 2013

Abgabe: 02.05.2013 in der Vorlesung

Die Aufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **aller** *Gruppenmitglieder sowie der Tutoriumstermin stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Prüfen Sie, ob $(\mathbb{Z}, \mathcal{O}_{cofinit})$ und $\mathbb{Z}$ als Unterraum von $\mathbb{R}$ mit der natürlichen Topologie zusammennhängend sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Seien $(X, \mathcal{O}_X)$ ein topologischer Raum und $x \in X$. Betrachte die Zusammenhangskomponente

$$K_x := \{y \in X \mid \exists M \subseteq X \text{ zusammenhängend: } x, y \in M\}$$

von x.

Zeigen Sie, dass K_x nicht-leer, zusammenhängend, abgeschlossen und Teilmenge des Durchschnitts aller in X gleichzeitig offen und abgeschlossenen Mengen, die x enthalten, ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Sei $(X, \mathcal{O})$ ein zusammenhängender topologischer Raum so, dass jedes $x \in X$ eine wegzusammenhängende Umgebung besitzt. Zeigen Sie, dass X wegzusammenhängend ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Beweisen Sie, dass ein topologischer Raum, in dem Grenzwerte konvergenter Netze eindeutig sind, ein Hausdorffraum ist.