Prof. Dr. Frank Noé
Dr. Christoph Wehmeyer
Tutoren: Anna Dittus, Felix Mann, Dominik Otto

9. Übung zur Vorlesung
Computerorientierte Mathematik II

Abgabe: Freitag, 26.06.2015, 12:15 Uhr, Tutorenfächer Arnimallee 3

`http://www.mi.fu-berlin.de/w/CompMolBio/ComaII15`

Aufgabe 1 *(Harmonischer Oszillator, 5T):*

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$x''(t) = -x(t)\,, \quad x(0) = x_0\,, \quad x'(0) = 0\,.$$

a) *(3T)* Zeigen Sie, dass sich mit dem Ansatz

$$y(t) = x'(t)\,, \quad \mathbf{z} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}\,,$$

das Anfangswertproblem in der Form

$$\mathbf{z}'(t) = A\mathbf{z}(t)\,, \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0\,,$$

darstellen lässt und geben Sie die Koeffizientenmatrix $A \in \mathbb{R}^{2,2}$ sowie die Anfangsbedingung $\mathbf{z}_0 \in \mathbb{R}^2$ dabei explizit an.
b) *(2T)* Berechnen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix A.

Aufgabe 2 *(Explizites, vektorielles Euler-Verfahren, 5P):*

a) *(3P)* Schreiben Sie eine Funktion

```
function [ x ] = vecEuler( A, x0, n, T )
```

zur approximativen Lösung des homogenen Anfangswertproblems

$$\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}(t)\,, \quad 0 < t \leq T\,,$$

mit der Koeffizientenmatrix $A \in \mathbb{R}^{m,m}$ und Anfangswerten $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^m$. `T` bezeichne die obere Grenze des Zeitintervalls und `n` die Anzahl der Eulerschritte n. Die vektorielle Darstellung des expliziten Euler-Verfahrens ist im homogenen Fall durch

$$\mathbf{x}(t+\tau) = \mathbf{x}(t) + \tau A\mathbf{x}(t)\,, \quad \tau = \frac{T}{n}\,,$$

gegeben.
b) *(2P)* Gegeben seien die Koeffizientenmatrix und Anfangsbedingung

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\,, \quad \mathbf{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\,,$$

sowie $T = 4\pi$. Plotten Sie für $n = 500$ und $n = 1000$ die Komponente $x_b(t_k)$ gegenüber der Komponente $x_a(t_k)$, mit

$$\mathbf{x}(t_k) = \begin{pmatrix} x_a(t_k) \\ x_b(t_k) \end{pmatrix}\,, \quad t_k = k\frac{T}{n}\,, \quad k = 0, \ldots, n\,.$$