

Prof. Dr. Frank Noé
Dr. Christoph Wehmeyer
Tutoren: Anna Dittus, Felix Mann, Dominik Otto

6. Übung zur Vorlesung Computerorientierte Mathematik II

Abgabe: Freitag, 05.06.2015, 12:15 Uhr, Tutorenfächer Arnimallee 3

<http://www.mi.fu-berlin.de/w/CompMolBio/ComaII15>

Aufgabe 1 (*Eindeutigkeit, 4T*):

Sei $\lambda \in \mathbb{R}$ und $f \in C[0, \infty)$. Zeigen Sie, dass alle Lösungen der Differentialgleichung

$$\dot{x}(t) = \lambda x(t) + f(t), \quad t > 0,$$

die Form

$$x'(t) = \alpha e^{\lambda t} + \int_0^t f(\eta) e^{\lambda(t-\eta)} d\eta$$

mit $\alpha \in \mathbb{R}$ haben.

Aufgabe 2 (*Halbwertszeit, 2T*):

Gegeben sei ein Zerfallsprozess der Form

$$x(t) = x_0 e^{-\lambda t}, \quad x_0 = x(0), \quad t > 0.$$

Ferner sei bekannt, dass die Halbwertszeit $t_{\frac{1}{2}} = \ln(4)$ beträgt, d.h., nach einer Wartezeit von $t_{\frac{1}{2}}$ hat sich der Wert von x halbiert.

Berechnen Sie damit die Zerfallskonstante λ .

Aufgabe 3 (*Anfangswertproblem, 2T*):

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$\ddot{x}(t) = -x(t), \quad t > 0.$$

Bestimmen Sie für die Anfangsbedingung $x(0) = 1$ und $\dot{x}(0) = 0$ eine Lösung $x(t)$.