

Prof. Dr. Frank Noé
Dr. Christoph Wehmeyer
Tutoren: Anna Dittus, Felix Mann, Dominik Otto

4. Übung zur Vorlesung Computerorientierte Mathematik II

Abgabe: Freitag, 22.05.2015, 12:15 Uhr, Tutorenfächer Arnimallee 3

<http://www.mi.fu-berlin.de/w/CompMolBio/ComaII15>

Aufgabe 1 (*Quadratur I, 6T*):

Gegeben seien die Funktionen $f_m(x) = x^m$, mit $m \in \mathbb{N}$, und die Integrationsaufgabe

$$I(f_m) = \int_0^1 f_m(x) dx.$$

a) (*2P*) Berechnen Sie die relative Kondition

$$\kappa_{rel}(I(f_m)) = \frac{b-a}{|I(f_m)|} \|f_m\|_\infty$$

des Integrationsoperators. Wie verhält sich die relative Kondition für $m \rightarrow \infty$?

b) (*4P*) Berechnen Sie für $m = 0, \dots, 3$ das Integral sowohl analytisch, als auch mittels der Trapez- und der Simpson-Regel.

Aufgabe 2 (*Newton-Côtes-Gewichte, 2T*):

Zeigen Sie, dass die Gewichte

$$\lambda_k = \frac{1}{b-a} \int_a^b L_k(x) dx, \quad k = 0, \dots, n,$$

normiert sind, d.h. dass gilt

$$\sum_{k=0}^n \lambda_k = 1.$$

Hinweis: Benutzen Sie ein möglichst einfaches $f \in \mathcal{P}_n$ und die dafür geltende Exaktheit der Newton-Côtes-Quadratur.

Aufgabe 3 (Quadratur II, 5P):

a) (3P) Schreiben Sie zwei Funktionen

```
function y = evalTrapez(f, a, b)
```

und

```
function y = evalSimpson(f, a, b)
```

zur Approximation des Integrals

$$I_n(f) \approx \int_a^b f(x) dx$$

mittels der Trapez- ($n = 1$) und der Simpson-Regel ($n = 2$). Die zu übergebenden Parameter seien jeweils **handles** (siehe unten) auf die zu integrierende Funktion, sowie die Integrationsgrenzen a und b .

b) (2P) Approximieren Sie das Integral der Funktion

$$f(x) = x^2 - x + 1$$

mittels Trapez- und Simpson-Regel auf dem Intervall $[-1, 1]$.

Hinweis: Mittels des Befehls

```
f = @(x) 3*x;
```

können Sie ein Funktionshandle auf die Funktion

$$f(x) = 3x$$

erzeugen. Diese können Sie dann mittels (z.B.)

```
f(4)
```

auswerten, bzw. an eine weitere Funktion als Parameter übergeben

```
evalTrapez(f, 0, 1).
```