Prof. Dr. Frank Noé
Dr. Christoph Wehmeyer
Tutoren: Anna Dittus, Felix Mann, Dominik Otto

Probeklausur zur Vorlesung **Computerorientierte Mathematik II**

Abgabe: Freitag, 10.07.2015, 12:15 Uhr, Tutorenfächer Arnimallee 3

`http://www.mi.fu-berlin.de/w/CompMolBio/ComaII15`

Aufgabe 1 *(Matlab, 5P)*:

Gegeben sei der folgende Algorithmus

```
function [ x ] = func(L, X, N)
  x = zeros(1, N+1);
  x(1) = X;
  t = 1.0/N;
  for k=1:N
    x(k+1) = x(k)/(1.0 - t*L);
  end
end
```

a) *(1P)* Welche Bedeutung hat die Variable `N`?
b) *(1P)* Welche Bedeutung hat die Variable `t`?
c) *(2P)* Welches mathematische Verfahren wird hier implementiert und welches Problem genau wird gelöst?
d) *(1P)* Was genau befindet sich bei Rückgabe in der Variablen `x`?

Aufgabe 2 *(Polynominterpolation, 3T)*:

Die absolute Kondition der Polynominterpolation ist durch die Lebeques-Konstante

$$\kappa_{\text{abs}} = \Lambda_n = \left\| \sum_{k=0}^{n} |L_k| \right\|_\infty$$

gegeben. Zeigen Sie, dass die affine Transformation

$$\xi : \; [a,b] \to [-1,1]\,, \quad \xi(x) = \frac{2x-(a+b)}{b-a}\,,$$

die Kondition nicht verändert. **Hinweis**: Zeigen Sie, dass gilt:

$$\max_{x\in[a,b]} \sum_{k=0}^{n} \left| \prod_{j=0,j\neq k}^{n} \frac{x-x_j}{x_k-x_j} \right| = \max_{\xi\in[-1,1]} \sum_{k=0}^{n} \left| \prod_{j=0,j\neq k}^{n} \frac{\xi-\xi_j}{\xi_k-\xi_j} \right|$$

Aufgabe 3 *(Quadratur, 3T)*:

Gegeben sei die Integrationsaufgabe

$$I(f) = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x\,, \quad f(x) = \frac{x}{1+x^2}\,, \quad a = -1\,, \quad b = 1\,.$$

a) *(1T)* Approximieren Sie $I(f)$ mittels der globalen Trapezregel $I_1(f)$.
b) *(1T)* Approximieren Sie $I(f)$ mittels der globalen Simpson-Regel $I_2(f)$.
c) *(1T)* Sind die beiden Approximationen in diesem Fall exakt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 *(AWP, 7T)*:

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$x'(t) = -x(t) + t\,, \quad 0 < t \le T\,, \quad x(0) = x_0 = 1\,.$$

a) *(4T)* Berechnen Sie die exakte Lösung des AWPs, z.B. mittels der in der Vorlesung bewiesenen Darstellung oder mittels Variation der Konstanten.
b) *(2T)* Bestimmen Sie für den Zeitschritt $\tau = 0.1$ die ersten beiden Werte der Gitterlösung zum AWP mittels des expliziten Euler-Verfahrens. D.h., berechnen Sie

$$x_\Delta(t_k) = x_k\,, \quad k = 1, 2\,.$$

c) *(1T)* Berechnen Sie die exakte Lösung zum Zeitpunkt $t = 0.2$; Sie dürfen dabei $e^{-0.2} \approx 0.819$ verwenden.