

**6. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Analysis
Sommersemester 2011**

Abgabe: 27.05.2011, 12:00 Uhr (Tutorienfach B9, Arnimallee 3)

*Die Aufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **aller** Gruppenmitglieder sowie der Tutoriumstermin stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Lösen Sie die folgende Differentialgleichung, indem Sie sie auf eine lineare Gleichung zurückführen:

$$y' = t(y + y^2), \quad y(0) = 1$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y' = t^2 + y^2, \quad y(0) = 0. \tag{1}$$

Seien $h, r > 0$. Betrachten Sie $Q := \{(t, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq t \leq h, |y| \leq r\}$ und zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Picard-Lindelöf, dass (1) in dem Intervall $[0, \min(h, r/(h^2+r^2), 1/2r))$ eine eindeutige Lösung besitzt.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Geben Sie zwei verschiedene Lösungen des Anfangswertproblems

$$y' = -t\sqrt{|1 - y^2|}, \quad y(0) = 1$$

an. Warum ist dies kein Widerspruch zum (Existenz- und) Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Führen Sie die Picard-Iteration durch für das Anfangswertproblem

$$x'' + \lambda^2 x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0.$$

Transformieren Sie dazu diese Gleichung in eine Differentialgleichung 1. Ordnung in den Variablen x und v , und benutzen Sie als Startfunktionen die konstanten Funktionen $x_0 \equiv 1, v_0 \equiv 0$. Gegen welche Funktionen konvergieren die entstehenden Potenzreihen?