Zuse Institut Berlin (ZIB)
Freie Universität Berlin
Dr. H. Siebert, Dr. S. Röblitz, L. David

3. Übungsblatt zur Vorlesung Höhere Analysis Sommersemester 2011

Abgabe: 06.05.2011, 12:00 Uhr (Tutorenfach B9 (Laszlo David), Arnimallee 3)

Die Aufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **aller** *Gruppenmitglieder sowie der Tutoriumstermin stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Prüfen Sie, ob $(\mathbb{N}, \mathcal{O}_{cofinit})$ und die Sorgenfrey-Gerade (siehe Übungsblatt 1) zusammenhängend sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Seien $(X, \mathcal{O}_X)$ ein topologischer Raum und $x \in X$. Die Menge

$$K_x := \{y \in X \mid \exists M \subseteq X \text{ zusammenhängend: } x, y \in M\}$$

heißt *Zusammenhangskomponente von x*.

Zeigen Sie, dass K_x nicht-leer, zusammenhängend, abgeschlossen und Teilmenge des Durchschnitts aller in X gleichzeitig offen und abgeschlossenen Mengen, die x enthalten, ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Sei $(X, \mathcal{O})$ ein topologischer Raum, $M \subseteq X$, $x \in X$ und $\mathcal{B}(x)$ eine abzählbare Umgebungsbasis von x. Zeigen Sie, dass eine Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in M mit $x_n \to x$ existiert, falls x im Abschluss von M liegt.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Beweisen Sie, dass ein topologischer Raum, in dem Grenzwerte konvergenter Netze eindeutig sind, ein Hausdorffraum ist.