Zuse Institut Berlin (ZIB)
Freie Universität Berlin
Dr. H. Siebert, Dr. S. Röblitz, L. David

11. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Analysis
Sommersemester 2011

Abgabe: 01.07.2011, 12:00 Uhr (Tutorenfach B9, Arnimallee 3)

Die Aufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **aller** *Gruppenmitgleider sowie der Tutoriumstermin stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Definiere $\gamma_1 : [0, 2\pi] \to \mathbb{C}$, $\gamma_1(t) = exp(it)$ für alle $t \in [0, 2\pi]$, und $\gamma_2 : [0, \pi + 2] \to \mathbb{C}$, $\gamma_2(t) = \exp(it)$ für $t \in [0, \pi]$ und $\gamma_2(t) = t - \pi - 1$ für $t \in]\pi, \pi + 2]$.
Berechnen Sie die Kurvenintegrale $\int_{\gamma_j} |z| dz$ und $\int_{\gamma_j} z^2 dz$ für $j \in \{1, 2\}$.

Aufgabe 2 (6 Punkte)
Sei G ein Gebiet und $f : G \to \mathbb{C}$ eine stetige Funktion, so dass für alle geschlossenen Kurven γ, deren Spur in G liegt, $\int_\gamma f(z)dz = 0$ gilt.
Zeigen Sie, dass f eine Stammfunktion besitzt. Gilt die Aussage auch, falls G nicht zusammenhängend ist? Begründen Sie Ihre Antwort.
Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis (der mit ein bisschen Topolgie schnell geht) benutzen, dass je zwei Punkte in einem Gebiet in $\mathbb{C}$ durch einen Polygonzug verbunden werden können.

Aufgabe 3 (6 Punkte)
Seien G ein Gebiet, $\triangle \subset G$ ein kompaktes Dreieck, $z_0 \in G$ und $f : G \to \mathbb{C}$ eine stetige und in $G \setminus \{z_0\}$ holomorphe Funktion. Sei γ die Randkurve von $\triangle$.
Zeigen Sie, dass $\int_\gamma f(z)dz = 0$ gilt.
Hinweis: Betrachten Sie die Fälle $z_0 \notin G \setminus \triangle$ und $z_0 \in \triangle$. Im zweiten Fall, starten Sie mit der Annahme, dass z_0 ein Eckpunkt von $\triangle$ ist und betrachten Sie eine geeignete Zerlegung von $\triangle$.