

Negation

Im Folgenden kommt eine kompakte Zusammenfassung über die Negation¹. Bevor wir mit der Theorie anfangen, hier erstmal ein Beispiel.

Beispiel 1. $p = \text{Jeden Tag, an dem ich in die Uni gehe, kaufe ich mir einen Kaffee.}$

Die Negation $\neg p$ dieses Satzes wäre:

Es gibt einen Tag, an dem ich in die Uni gehe und mir keinen Kaffee kaufe.²

Wir müssen die Negation so wählen, dass wenn p falsch ist, $\neg p$ immer wahr sein muss. In diesem Fall, wenn ich nicht immer in der Uni Kaffee trinke, ist die Aussage, es gibt einen Tag an dem ich in der Uni keinen Kaffee trinke, wahr. Andersherum muss aber auch, wenn p wahr ist, $\neg p$ falsch sein. Dies ist hier auch der Fall, wenn ich immer in der Uni Kaffee trinke, ist die Aussage, es gibt einen Tag an dem ich in der Uni bin und keinen Kaffee trinke, falsch. Um eine Antwort zu finden, muss man also sehr logisch herangehen - oder mit den Regeln der Logik! Manchmal ist dies bei sehr langen Aussagen schwierig und man kann schnell den Überblick verlieren. Daher stellen wir euch eine Strategie vor, die immer funktioniert. Sie gliedert sich in drei Schritte.

1. Den Satz in eine logische Formel umwandeln.
2. Die Formel anhand von Regeln der Logik negieren.
3. Die erhaltene logische Formel in einen Satz umwandeln.

Für den ersten Teil gibt es meist verschiedene Möglichkeiten, den Satz in eine logische Formel umzuwandeln. Die nachfolgende Tabelle gibt euch einen Hinweis darauf, was für logische Terme ihr bei welchen Wörtern wahrscheinlich benutzen könnt:

Teil des Satzes	logischer Term
es gibt	\exists
es existiert	\exists
jede/jeden	\forall
für alle	\forall
wenn / falls / sofern ..., dann ...	\Rightarrow
dann/daraus folgt	\Rightarrow
wenn ..., nur dann ...	\Rightarrow (man muss aufpassen in welche Richtung)
wenn ..., dann und nur dann ...	\Leftrightarrow
genau dann, wenn	\Leftrightarrow
und	\wedge
oder	\vee
nicht	\neg

¹Einige von euch werden sich an folgendes relevantes Thema erinnern:
https://www.deutschlandfunkkultur.de/schotter-statt-pflanzen-vor-dem-haus-die-negation-dessen.2156.de.html?dram:article_id=428331

²Ihr mögt vielleicht meinen, "Jeden Tag, an dem ich in die Uni gehe, kaufe ich mir keinen Kaffee"³, wäre die Negation. Dies ist aber falsch.

³Das wäre sehr traurig.

In unserem Beispiel könnten wir die folgende logische Formel erstellen:

$\forall \text{ Tage } t : \text{Ich gehe an Tag } t \text{ in die Uni.} \Rightarrow \text{Ich trinke einen Kaffee.}$

Nun werden wir den Satz negieren. Dies geht Schritt für Schritt.

$\neg (\forall \text{ Tage } t : \text{Ich gehe an Tag } t \text{ in die Uni.} \Rightarrow \text{Ich trinke einen Kaffee.})$

$\exists \text{ Tag } t : \neg (\text{Ich gehe an Tag } t \text{ in die Uni.} \Rightarrow \text{Ich trinke einen Kaffee.})$

$\exists \text{ Tag } t : \text{Ich gehe an Tag } t \text{ in die Uni} \wedge \neg(\text{Ich trinke einen Kaffee.})$

$\exists \text{ Tag } t : \text{Ich gehe an Tag } t \text{ in die Uni} \wedge \text{Ich trinke keinen Kaffee.}$

Nachstehend seht ihr ein paar Regeln für die Negation zusammengefasst:

logischer Term	Negation
\exists	\forall
\forall	\exists
$p \Rightarrow q$	$p \wedge \neg q$
$p \wedge q$	$\neg p \vee \neg q$
$p \vee q$	$\neg p \wedge \neg q$
$p \Leftrightarrow q$	$(p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$

Im letzten Schritt müssen wir dann unsere logischen Terme nur noch einmal wieder in einen Satz übersetzen:

Es gibt einen Tag, an dem ich in die Uni gehe und keinen Kaffee trinke.