

Inhaltsverzeichnis

0. Wozu braucht man in der Mengenlehre Axiome? 1
1. Klassen und Mengen; Aussonderungs-, Extensionalitäts- und Nullmengenaxiom 3
2. Das Paarmengen- und das Vereinigungsaxiom 7
3. Relationen und Funktionen; das Potenzmengen- und das Ersetzungsaxiom 9
4. Eigenschaften von Relationen 15
5. Wohlordnungen 18
6. Induktive Beweise und Definitionen 21
7. Ordinalzahlen 28
8. Die natürlichen Zahlen; das Unendlichkeitsaxiom 34
9. Fundierte Relationen; das Fundierungsaxiom 38
10. Das Auswahlaxiom und einige Äquivalenzen 42
11. Kardinalzahlen 46
12. Kardinalzahlarithmetik 50
13. Reguläre und singuläre Kardinalzahlen 54
14. Summen und Produkte von unendlich vielen Kardinalzahlen 59
15. Potenzen von Kardinalzahlen (Fortsetzung) 61

Die Zermelo - Fraenkel'schen Axiome (Aus) bis (Fund)

Ausschlussaxiom (Aus)

Ist a eine Menge und $E(x)$ eine Eigenschaft von Mengen, so ist die Klasse $\{x \mid x \in a \text{ und } E(x)\}$ eine Menge.

Erstmaligkeitsaxiom (Ext)

Zwei Mengen sind genau dann gleich, wenn sie dieselben Elemente haben.

Nullmengenaxiom (Null)

Es gibt eine Menge, die keine Elemente hat.

Paarmengenaxiom (Pa)

Sind x, y Mengen, so ist auch $\{x, y\}$ eine Menge.

Vereinigungsaxiom (Ver)

Ist x eine Menge, so ist auch $\bigcup x$ eine Menge.

Potenzmengenaxiom (Pot)

Ist x eine Menge, so ist auch $P(x)$ eine Menge.

Ersetzungaxiom (Ers)

Ist F eine Funktion und x eine Menge, so ist $F[x]$ eine Menge.

Unendlichkeitsaxiom (Unendl)

Es gibt eine induktive Menge.

Fundierungsaxiom (Fund)

Die \in -Relation ist fundiert (d. h. ist x eine nichtleere Menge, so existiert $m \in x$ mit $m \cap x = \emptyset$).

Nicht zu ZF gehört das

Auswahlaxiom (AC)

Jede Familie $(X_i \mid i \in I)$ von nichtleeren Mengen X_i (wobei I Menge sei) hat eine Auswahlfunktion.