Freie Universität Berlin **WS 2006/2007**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Konrad Polthier, Anja Krech

6. Übung zur Vorlesung „Analysis II“

Ausgabe: 28.11.06 Abgabe: 5.12.06

Aufgabe 1

Durch die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

werde die lineare Abbildung $\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $x \mapsto Ax$ definiert. Berechnen Sie die Norm von A bezüglich

(a) der Maximum-Norm $||(x,y)||_\infty = \max\{|x|,|y|\}$ bzw.

(b) der „Manhattan-Norm“ $||(x,y)||_1 = |x| + |y|$.

Aufgabe 2

Berechnen Sie für $f : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^y$, das Taylor-Polynom 3. Grades im Punkt $(1,1)$.

Aufgabe 3

Sei $U \subset \mathbb{R}^n$, $f : U \longrightarrow \mathbb{R}$ eine k-mal stetig differenzierbare Funktion und $a \in U$. Zeigen Sie:
Hat ein Polynom Q eines Grades $\leq k$ die Eigenschaft

$$f(x+\xi) = Q(\xi) + o(||\xi||^k) \qquad \text{für} \quad x \longrightarrow a,$$

so ist es das Taylor-Polynom $\sum_{m=0}^{k} P_m(\xi)$.

Aufgabe 4

Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^3 + y^3 + 3xy$ auf Extrema.