Freie Universität Berlin **SoSe 2007**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Konrad Polthier, Dr. Felix Ballani

12. und letzte Übung zur Vorlesung „Analysis III“

Ausgabe: 03.07.07 Abgabe: 10.07.07

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Sei $a > 0$. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Zylinderfläche

$$Z_1 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 = a^2\},$$

die sich innerhalb des Zylinders

$$Z_2 := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq a^2\}$$

befindet!

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes das folgende Oberflächenintegral!

$$\int_{\partial K} \left[(y^2 + z^2)x + (x^2 + z^2)y + (x^2 + y^2)z\right] \mathrm{d}S(x, y, z)$$

Dabei ist $\mathrm{d}S(x, y, z)$ das Oberflächenelement von

$$K := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}, \quad R > 0.$$

Zusatzaufgabe 1 (3 Punkte)

Zeigen Sie: Der Flächeninhalt einer Rotationsfläche ist gleich dem Produkt aus der Bogenlänge der erzeugenden Kurve und der Länge des Weges, den der Schwerpunkt dieser Kurve bei der Rotation zurücklegt.

Zusatzaufgabe 2 (3 Punkte)

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Rotationsellipsoids

$$M := \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 = 1\right\}, \quad a, b > 0 \quad !$$

Bitte die Lösungen der Aufgaben bis zum Dienstag, dem 10.07.07, 17.30 Uhr, in das Fach (7B) von Felix Ballani in der Arnimallee 3, 1. Stock, legen.