Freie Universität Berlin **SoSe 2007**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Konrad Polthier, Dr. Felix Ballani

2. Übung zur Vorlesung „Analysis III“

Ausgabe: 24.04.07 Abgabe: 02.05.07

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2\left(\frac{\pi}{2}x\right) & \text{falls } x \in [0,2], \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(a) Man zeige, dass f zum Vektorraum $\mathcal{C}_c(\mathbb{R})$ der stetigen Funktionen auf $\mathbb{R}$ mit kompaktem Träger gehört und genau einmal stetig differenzierbar ist!

(b) Man zeige, dass die Summe

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} f(x-k)$$

eine Teilung der Eins darstellt!

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es seien $a, b \in \mathbb{R}_+$. Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right) & \text{falls } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Man berechne das Integral

$$\int_{\mathbb{R}^2} f(x,y)\,\mathrm{d}(x,y) \quad !$$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Die Zylinderkoordinaten (r, φ, z) stehen mit den kartesischen Koordinaten (x, y, z) in folgender Beziehung:

$$\begin{aligned} x &= x(r,\varphi,z) = r\,\cos\varphi \\ y &= y(r,\varphi,z) = r\,\sin\varphi \\ z &= z(r,\varphi,z) = z. \end{aligned}$$

Man bestimme die Funktionalmatrix der Zylinderkoordinaten-Transformation

$$\begin{aligned} \Phi : \mathbb{R}_+ \times [0, 2\pi[\times \mathbb{R} &\to \mathbb{R}^3 \\ (r, \varphi, z) &\mapsto (x, y, z) \end{aligned}$$

sowie die zugehörige Determinante!

Bitte die Lösungen der Aufgaben bis zum Mittwoch, dem 02.05.07, 17 Uhr, in das Fach (7B) von Felix Ballani in der Arnimallee 3, 1. Stock, legen.