Freie Universität Berlin **SS 2006**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Konrad Polthier, Anja Krech

7. Übung zur Vorlesung „Analysis I“

Ausgabe: 06.06.06 Abgabe: 13.06.06

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{1}{2-x}-\frac{12}{8-x^3}\right)$

(b) $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x}(\sqrt{x+3}-\sqrt{x})$

(c) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^r-1}{x-1}$ für $r\in\mathbb{Q}$

(d) $\lim\limits_{x\to 0} x\left[\frac{1}{x}\right]$

Hinweis zu (c): Man betrachte zunächst den Fall $r\in\mathbb{N}$.

Aufgabe 2

Zeigen Sie mit der ϵ-δ-Definition der Stetigkeit, dass die Funktion

$$\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & 3x^2-4x+1 \end{array}$$

für alle $x_0\in\mathbb{R}$ stetig ist.

Aufgabe 3

Sei $f:[a,b]\longrightarrow\mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Ferner sei $c\in]a,b[$ derart, dass $f(c)\neq 0$.
Zeigen Sie, dass ein $\delta>0$ existiert, so dass für alle $x\in]c-\delta,c+\delta[$ gilt, dass $f(x)\neq 0$.

Aufgabe 4

Es sei $f:]-1,1[\longrightarrow\mathbb{R}$ stetig bei 0. Ferner sei $f(x)=f(x^2)$ für alle $x\in]-1,1[$.
Zeigen Sie, dass $f(x)=f(0)$ für alle $x\in]-1,1[$.