Freie Universität Berlin **SS 2006**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Konrad Polthier, Anja Krech

4. Übung zur Vorlesung „Analysis I“

Ausgabe: 16.05.06 Abgabe: 23.05.06

Aufgabe 1

Untersuchen Sie, ob die folgenden Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}}$ Cauchy-Folgen sind:

(a) $a_n = \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$,

(b) $a_n = n - \frac{2}{n}$.

Aufgabe 2

Beweisen oder widerlegen Sie:
Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen mit der Eigenschaft, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 1$ gilt, dass

$$|a_{n+1} - a_n| < |a_n - a_{n-1}|,$$

so ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Cauchy-Folge.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass eine Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ reeller Zahlen genau dann konvergiert, wenn die drei Teilfolgen $(a_{2k})_{k\in\mathbb{N}}$, $(a_{2k+1})_{k\in\mathbb{N}}$, $(a_{3k})_{k\in\mathbb{N}}$ konvergieren.

Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass jede Folge reeller Zahlen eine monotone Teilfolge besitzt.