

Einführung in die Mathematikdidaktik

18.11.08

Einführung in die Mathematikdidaktik

Für den 25.11.08 benötigte Literatur: (Bitte lesen!)

- http://archiv.forum-schule.de/archiv/10/fs10/magtma_1.html

forum schule Magazin für Lehrerinnen und Lehrer, Heft 1/2003

Geben Sie konkrete Beispiele an, wie man Anwendungsaufgaben Ihrer Meinung nach motivierend gestalten kann.

Lernphasen und Motivation

Motivationen im Umfeld des Lebenszweckmotivs

Wie sind Anwendungen schülernäher zu gestalten?

Z.B. Themen aus Schulleben und Freizeit statt Politik und Berufsleben;

- Wahlergebnisse von Klassen- oder Schulsprecher statt Bundestagswahl;
- Mietanteil für eigenes Zimmer anstelle des „Arbeitszimmers von Herrn Müller“;
- Dezimalbrüche im Bereich des Sports statt aus der Wirtschaft.

Lernphasen und Motivation

Motivationen im Umfeld des Lebenszweckmotivs

Wie sind Anwendungen aktueller zu gestalten?

- Z.B. Themen aus Schulbüchern aktualisieren;
- Aktuelle Themen aufgreifen (z.B. Lotto-Jackpot; Olympische Spiele; ...);
- Tagespresse mit einbeziehen;
- Besondere Ereignisse wie z.B. Klassenfeten o.ä. verwenden;
- ...

Lernphasen und Motivation

Motivationen im Umfeld des Lebenszweckmotivs

Wie kann man Aufgaben auf andere Weise verlebendigen?

- Z.B. Themen aus Schulbüchern durch reale Situationen ersetzen;
- Aufgaben stärker veranschaulichen oder Ergänzen (z.B. durch Fahrpläne, Kassenbons, ...);
- Jüngere oder leseschwache Schüler könnten durch „Bildaufgaben“ motiviert werden;
- Besseres Hineindenken in Thematik durch stärkere Identifikation (z.B. „Ihr seid im Forschungslabor ...“, Projekt „Schulhof“);
- ...

Projekt „Schulhof“



Projekt „Schulhof“

Der Schulhof soll neu gepflastert werden.

Ausgenommen sind nur die Sportflächen und die Grünflächen um die Bäume sowie der „Theaterkreis“.

Der Preis für einen Quadratmeter Pflastersteine beträgt 20 €. In der Vergangenheit hat sich gezeigt, dass ein Mitarbeiter ca. $2,5 \text{ m}^2$ Pflastersteine pro Stunde verlegen kann. Eine Arbeitsstunde soll mit 45 € vergütet werden.

(Dieser Betrag enthält bereits sämtliche Nebenkosten, wie z.B. Lohnnebenkosten, Nutzung der Maschinen, etc.)

Eure Firma bewirbt sich um den Auftrag. Erstellt einen Kostenvoranschlag, in welchem auch zu planen ist, wie die Arbeit in der Zeit vom 1.1.08 bis zum 13.1.08 erledigt werden kann.

Hinweise:

Überlegt euch, welche Informationen für einen Kostenvoranschlag benötigt werden, welche Informationen gegeben sind und wie man die übrigen beschaffen kann.
Erstellt einen Arbeitsplan.

Fordert benötigte Hilfsmittel bei den Lehrern an.
Führt die Projektarbeit selbstständig aus.

Lernphasen und Motivation

Leistungsmotivation im Mathematikunterricht

Leistungsmotiv:

„Man kann es als das Bestreben bezeichnen, die persönliche Tüchtigkeit in allen jenen Tätigkeiten zu steigern oder möglichst hoch zu halten, in denen man einen Gütemaßstab für verbindlich hält und deren Ausführung deshalb gelingen oder misslingen kann“ (Heckhausen 1974, S.162).

Hoffnung auf Erfolg



Furcht vor Misserfolg

Ausubel unterscheidet drei Komponenten:

- eine **aufgabenorientierte** Komponente (kognitiver Antrieb)
- eine **ich-erhöhende** Komponente
- eine **soziale** Komponente

Lernphasen und Motivation

Leistungsmotivation im Mathematikunterricht

1. Zielorientierung

- Leistungsart verdeutlichen
- Stoffe vorstrukturieren
- „Sinn“ verdeutlichen
- Laufende Zielorientierung (auch über Sinn methodischer Maßnahmen)

2. Angemessene Schwierigkeit

- Am Anfang und in Prüfungssituationen eher leichte, sonst mittelschwere Aufgaben
- Aufgaben nach Leistungsfähigkeit der Schüler differenzieren
- Angemessenes Unterrichtstempo beachten

Lernphasen und Motivation

Leistungsmotivation im Mathematikunterricht

3. Erfolg und Mißerfolg

- Vor allem Erfolgserlebnisse schaffen
- Erfolge möglichst auf Fähigkeit, Mißerfolge auf mangelnde Anstrengung zurückführen
- Positive Erwartungshaltung
- Fortschritte/Erfolge deutlich bewusst machen
- Detaillierte Rückmeldung

4. Selbsttätigkeit

- Freude am eigenen Können entwickeln
- Für enaktive Phasen und eigene Übungsmöglichkeiten sorgen
- Aktionismus vermeiden
- Autonomes Lernen fördern (schüler- und handlungsorientierte Unterrichtsformen)

Lernphasen und Motivation

Soziale Motivation

1. Lob und Tadel

- Sachbezogen!
- Bei Tadel Hoffnung auf Erfolg lassen

2. Wettbewerb und Zusammenarbeit

- Wettbewerb nach Leistung differenzieren
- Evtl. Wettbewerb zwischen Gruppen

3. Emotionale Zuwendung und „Vorbild“ des Lehrers

- Hilfsbereit sein bei Lernschwierigkeiten
- Durch eigene Begeisterung mitreißen

Lernphasen und Motivation

Wertschätzung für Mathematik

ästhetisch-/ethische Motivation

(oft mit Neugiermotivation verbunden)

- „Staunen“ über arithmetische oder geometrische Gesetzmäßigkeiten
- Freude an Gedankenführungen und Systematik (mathem. „Eleganz“)
- „Befriedigung“ über Unbezweifelbarkeit mathematischer Aussagen (Wahrheitswert)
- Freude an „schönen“ Figuren und Zeichnungen

Lernphasen und Motivation

Wertschätzung für Mathematik

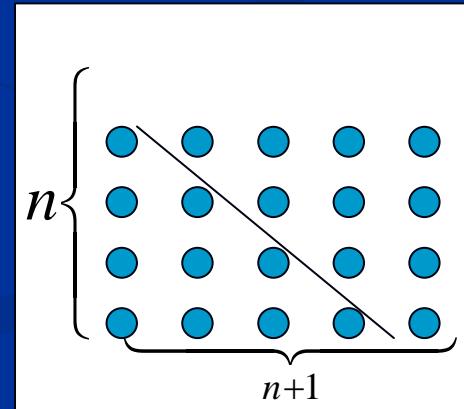
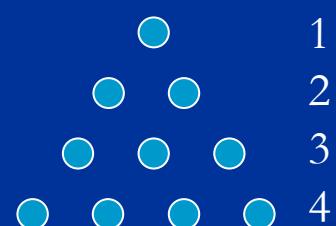
Beispiele:

- Formel für die Summe der ersten n Zahlen.
Zwei Beweise:

a) "nach Gauss"

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + \dots + n \\ + n + (n-1) + \dots + 1 \\ \hline (n+1) + (n+1) + \dots + (n+1) \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\frac{1}{2}n(n+1)} \end{array}$$

b) Pythagoreer



Woran können Sie „Motivation“ bei Ihren Schülern im Unterricht erkennen?

Mathematikunterricht ist in den letzten Jahren nicht zuletzt wegen der Ergebnisse der PISA-Studien in die Kritik geraten.

Beschreiben Sie mögliche Kritikpunkte.

Mathematische Grundbildung - mathematical literacy

in den Worten des PISA-Konsortiums:

„Mathematische Grundbildung ist die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht.“

(OECD 1999, Measuring student knowledge and skills: A new framework for assessment. Paris)

PISA-Aufgabe "Antarktis"



Hier siehst du eine Karte der Antarktis.

Schätze die Fläche der Antarktis, indem du den Maßstab der Karte benutzt.

Schreibe deine Rechnung auf und erkläre, wie du zu deiner Schätzung gekommen bist. (Du kannst in der Karte zeichnen, wenn dir das bei deiner Schätzung hilft.)



Entwicklung neuer Rahmenlehrpläne

Beispiel: Rahmenlehrplan für die Sekundarstufe I

Gruppenarbeit: 15 Gruppen á (ca.) 5 Personen

Inwiefern setzt der neue RLP die Anforderungen um?
Präsentieren Sie Inhalt und Gliederung Ihres Abschnitts unter Verwendung des OH-Projektors.

Thema 1: Bildung und Erziehung in der Sek I

Thema 2: Beitrag des Mathematikunterrichts zum Kompetenzerwerb

Thema 3: Inhaltsbezogene Standards

Thema 4: Prozessbezogene Standards

Thema 5: Leistungsfeststellung und –bewertung im Mathematikunterricht

Bildung und Erziehung in der Sek I

① Grundsätze

- Lernerfahrungen (Grundlagen vertiefen & erweitern)
- Demokratisches Handeln
(dernende übernehmen Verantwortung für sich und ihre Mitmenschen - Gleichberechtigung)
- Kompetenzentwicklung
(Fachlich übergreifender Kompetenzerwerb)
- Medien und Technologie (Anwendung)
- Standardorientierung
- Themenfelder und Inhalte
- Schulinterne Curricula (Schulinterne Schwerpunktsetzung)

② Lernen und Unterricht

- Lernkultur (Lernen lernen)
- Lernphasen
- Mädchen und Jungen (Gleichberechtigung & Individualität)
- Lernmethoden (Fächerübergreifendes Lernen durch z.B. Experimente)
- Lernbereiche (Gestaltung des Rahmens (Lehrplans))
- Fremdsprachiger Sachfachunterricht
(z.B. Matheunterricht auf Englisch)
- Projektarbeit
- Außerschulische Erfahrungen (z.B. Schüleraustausch)

③ Leistungsfeststellung & -bewertung

- Lernberatung (Reflektion des Erlerten durch den Lehrer)
- Kriterienorientierung (Leistungsbewertung)
- Auseinandersetzungsfähigkeit (Handlungsfähigkeit, kein Problem mit Weiterführung an Berufs- oder Oberschulen)

Beitrag des Mathe-Unterrichts zum Kompetenzerwerb

- Schüler sollen mathematisches Wissen flexibel und funktional einsetzen können.

Fachbezogene math. Kompetenzen



prozessbezogen

- Argumentieren
- Probleme lösen
- Modellieren
- Darstellungen verwenden
- Mit symb., formalen und teor. Elementen der Mathematik umgehen
- Kommunizieren

inhaltsbezogen

- Zahl
- Messen
- Raum und Form
- Funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall

- Förderung von selbstständigen und selbstverantwortlichen Lernen

- sinnvoller Einsatz v. Medien
- Trennung von Übungs- und Leistungssituation
- Fehler mit in den Lernprozess mit einbeziehen

② Beitrag des Mathematikunterrichts zum Kompetenz erwerb

Als anwendbare Wissenschaft kann Mathematik
→ Kreativität
→ Problemlösefähigkeit
→ funktionale + flexible Umsetzung von
Allgemeinbildung
fordern

Fachbezogene math. Kompetenzen

Prozessbezogene math. Kompetenzen	Inhaltsbezogene math. Kompetenzen
<ul style="list-style-type: none">• Argumentieren• Problemlösen• Modellieren• Darstellungen• Umgang mit symbolischen, formalen, technischen Zeichen• Kommunikation• Umgang mit Methoden• Selbstständigkeit, Eigenverantwortung• Alltags-/Lebensweltbezug• konstruktiver Umgang mit Fehlern (Reflektion)	<ul style="list-style-type: none">• Zahlen + Darstellungen• Messen + Maßangaben• Funktionen• Daten + Wahrscheinlichkeit• geometrische Probleme• (kritischer) Umgang mit modernen + traditionellen Medien

⇒ entspricht von der Idee her (v.a. bei prozessbezogenen Kompetenzen) den Anforderungen von PISA -
Umsetzung ??

Thema 8: Inhaltsbezüge - Überblick

• ZAHL

→ Wechsel zw. Darstellungsformen von Zahlen

→ Variablen, Terme & Gleichung zur Beschreibung von Situationen

• MESSEN

→ Maßangaben durch reales Messen, Schätzen; aus Texten
↳ Berechnungen
zur Entwicklung von Größenvorstellungen

• RAUM & FORM

→ Analyse, Klassifikation und Darstellung von ebenen und räumlichen Figuren
↳ geometrische Figuren in der Umwelt erkennen
→ Umgang mit Koordinatensystemen
↳ Beschreibung von Eigenschaften und Beziehungen geometr. Figuren

• FUNKTIONALER ZUSAMMENHANG

→ Funktionen

- Abhängigkeit, Veränderung
- Realsituationen begreifen

• DATEN & ZUFALL

→ Statistische Darstellungen

beschreiben & interpretieren

→ Wahrscheinlichkeitsrechnung

Inhaltsbezogene Standards

5 Themengebiete: Zahl, Messen, Form, Zusammenhang, Zerfall

1. Zahl

8. 0- $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{A}^x, \approx$, Taschnerechner, % (Zinsen), LGS

10. Entwicklung: \mathbb{R} , Potenzschreibweise interpretieren, Dezimaldarstellung, Zinseszinsen

8. 0-0-0 selbstständiger Umgang mit Variablen

10. Entwicklung: $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

8. 0-0-0 Ungleichungen, Gesetze zur Umformung

10. Entwicklung: Potenzgesetze ergründen

2. Messen

Flächeninhalte, V, Oberflächeninhalt, U, π , Körper: $\square, \Delta, \text{Pl}, \dots$,

Abschätzen von Flächen

Entwicklung: Kegel, Kugel, Pyramide, Trigonometrie, Bogenmaß

3. Form

Anwendung und Erweiterung der Geometrie, Maßstäbe,

Vergleiche zeichn., Satz des Thales, Beweise

Entwicklung: 1 zgoras, Modelle von Körpern

4. Zusammenhang

Proportion, Antiproportion, Prozentrechnung, LGS, lineare Funktionen

Entwicklung: Anwendung funktionaler Zusammenhänge, Tabellen,

5. Zerfall

Statistik (Tabellen), W-keiten

Inhaltsbezogene Standards

- Daten erheben und verarbeiten
(z.B. Diagramme, Mittelwerte)
Verhältnisse mit Proportionalität klären
(Grundbegriffe, Einschätzung)
 - Z.: Verhältnis und Abzug
negativer Zahlen
 - Funktion als Beschreibung von Beziehungen
u. Verknüpfungen
(z.B. Darstellung in Graph u. Tabelle)
 - Lösen von Gleichungen (Variable u. Terme)
 - Konstruieren eigner Figuren
 - Rechnen mit Zufall
 - prop. und antipropr. Modelle
 - Figuren u. Körper schätzen, messen
und berechnen
 - wellen fiktivieren phä. Modelle
- ⇒ Raum i. Form
- Rahmenlehrpläne

J.-P. Klocke

Prozessbezogene Standards

1) Argumentieren

- Vermutungen aufstellen; widerlegen oder begründen
- Argumentationen entwickeln, hinterfragen und kritisch betrachten

2) Problemlösen

- mathematische Problemsstellungen finden und wiedergeben
- Probleme vereinfachen
- geeignete Hilfsmittel nutzen, heuristische Strategien verwenden
- Lösungswege reflektieren; Ergebnisse überprüfen (Plausibilität)

3) Modellieren

- mathematische Modelle auf reale Situationen übertragen (und umgekehrt)
- Modelle kritisch betrachten; Modelle interpretieren

4) Darstellungen verwenden

- mathematische Darstellungen interpretieren können
- verschiedene Darstellungsformen kennen und verwenden und Beziehungen zwischen diesen benennen & herstellen können

5) mit symbolischen, formalen, und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- Verwendung von mathematischer Sprache und mathematischen Hilfsmitteln und Werkzeugen
- Übersetzen zwischen mathematischer und natürlicher Sprache

6) Kommunizieren

- mathematische Informationen aus nicht aufbereiteten Texten filtern
- Probleme mit eigenen Wörtern wiedergeben und Fachbegriffe nutzen
- Lösungswege dokumentieren und präsentieren

→ Methodenkompetenz! (neu!)

→ Differenzierung:
- unterschiedliche Komplexität
- Grad der Abstraktion
- Selbstständigkeit
- Anzahl der Methoden

Prozessbezogene Standards

Argumentieren

- begründen eines mathematischen Sachverhaltes

=> Beweise

Problem lösen

- mathematische Problemlösungen vereinfachen; Hilfsgrößen heranziehen

=> eigene Beispiele erläutern

Modellieren

- übersetzen reale Situationen in mathematische Modelle und umgekehrt

=> kritische Behachtung von Modellen

Darstellungen verwenden

- Erkennen, Anwenden und Auswerten von mathematischen Darstellungen

Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

- verwenden und übersetzen mathematische Elemente und Wahrzeichen

=> Variablen, Terme, Gleichungen, Symbole

Kommunizieren

- reflektieren mathematische Informationen
- erläutern eigene Bearbeitungen in eigenen Wörtern

=> Dokumentation von Lösungs wegen Präsentation von Ergebnissen

Prozessbezogene Standards

Aufgaben (a) und Anforderung der SchülerInnen

1. Argumentieren

2. Problemlösen

3. Modellieren

4. Darstellung verwenden

5. Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

6. Kommunizieren

1. a) Mathematische Situationen und deren Vermutungen werden erkundet, erfragt und begründet

b) Komplexität, Fachsprache / Symbolik
Grad der Abstraktheit
Einschätzung der Situation

2. a) Erfassen der Aufgabenstellung und Anwendung der Lösungsstrategien

b) Einteilung der Schüler in Lernphasen

3. a) Strukturieren der Aufgaben, Interpretation der Ergebnisse und Anwendung auf die Realität

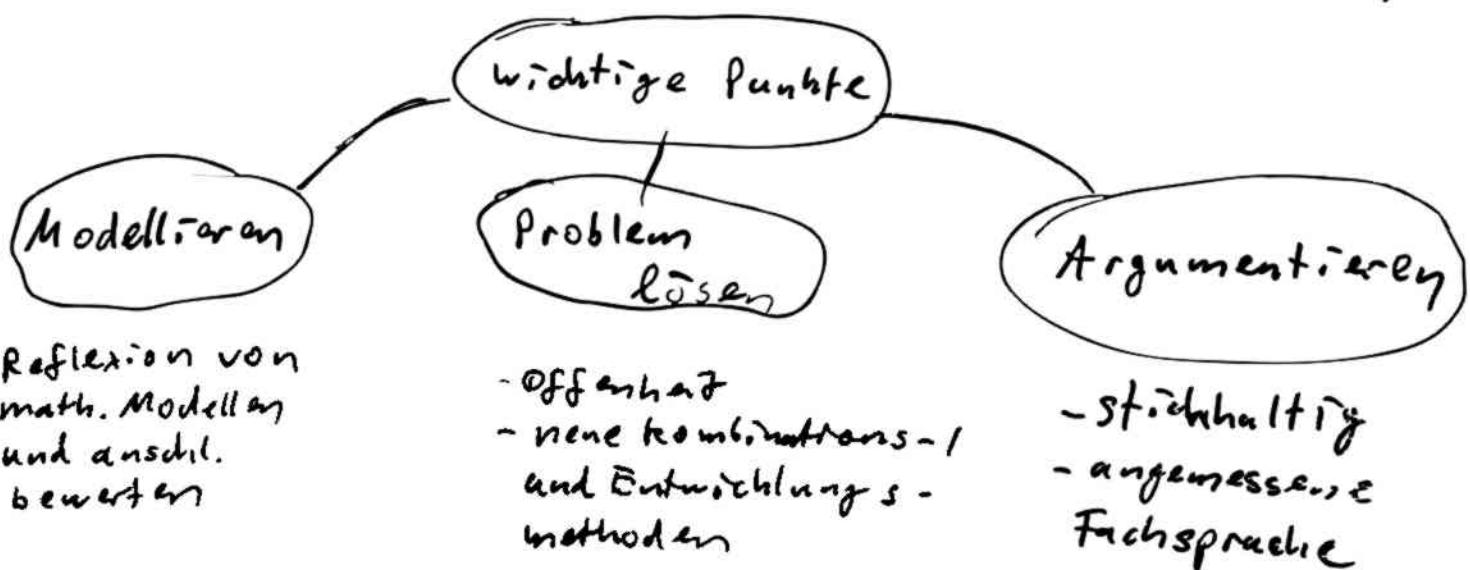
b) Vielfalt der Aufgabenstellungen

4. a) Optimales Verständnis der Aufgaben
 - b) Komplexität der Darstellungsformen
-
5. a) Beherrschung und Anwendung mathematischer Formeln
 - b) Verwendung mathematische Formeln und Hilfsmittel
-
6. a) Mündliche Anwendung und Herausfiltern der Mathematik in der Realität
 - b) Wiederspiegeln der eigenen Fähigkeiten und Kenntnisse

Leistungsfeststellungen/bewertung

- Flexibilität von Schülern im Unterricht
 - tatsächliches Verstehen eines Zusammenhangs
- Kompetenzen: Vereinfachungen, versch. Wege, versch. Niveaus

Anwendung von Prozessbezogenen Kompetenzen,



Leistungsbewertung

schrift. Arbeiten

- Wahlangaben zur Stärkung der Einschätzung der Kompetenzen der Schüler

mündl. Mitarbeit

- Qualität
- Quantität und Kontinuität
- der Beiträge

Reflexion

① Diagnose des erreichten Lernstandards
(erreichte Kompetenzen herausstellen)

② individuelle Hinweise zum weiteren Lernen
(Lern- und Förderempfehlung für die Eltern)

Leistungsfeststellung und Leistungsbewertung im Mathematikunterricht

(i) Leitlinien zur Leistungsfeststellung

- keine bloße Abfrage von Kenntnissen und Fertigkeiten, sondern Überprüfung der flexiblen Einsatzfähigkeit dieser
- tatsächliches vs. Anwendung (eines Verfahrens)
- verschiedene Wege und Mitteln eines Lsg. normieren
- „Altgelerntes“ wieder einbringen

(ii) Kompetenzen, die in die Bewertung einfließen:

- Argumentieren
 - stichhaltig, mit passenden Fachbegriffen argumentieren
(begründen, interpretieren, bewerten)
- Problemlösen
 - Offenheit der Aufgaben
 - bekannte Verfahren abwandeln, neue kombinieren u. entwickeln
 - rekursiv
- Modellieren
 - Realsituationen widerspiegeln (reflektiert),
Angemessenheit u. Nützlichkeit bewerten
- Erkenntnisse über indiv. Lernentwickl.
ermöglichen
 - individuelle Hinweise für Weiterlernen
 - zum Weiterlernen ermutigen (indiv.Lernstrategien)

(wie anlegen)
(iii) Leistungsfestst.

- Eltern einbeziehen

(iv) Leistungsbewertung

- schriftl. Überprüfung (Klassenarbeiten) von Lernergebnissen

↳ anzulegen:

- Sachkennisse u. Fähigkeiten nachweisen können
- klar verständliche Stellungen

Stärkung ihrer Fähigkeit zur Einschätzung ihrer erworbenen Kompetenzen

↔

- Einbeziehen der SchülerInnen bei Auswahl d. Aufgabentypen

- Weitere Leistungen
 - Erfassung der Qualität u. Kontinuität der Beiträge

Ls mündlich wie auch schriftlich

Bsp.e:

- Beiträge zum Unterrichtsgespräch (Lösungsvorschläge, Aufzeigen v. Zusammenhängen, ...)
- Gruppenarbeit (Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit, Zuverlässigkeit)
- vorgetragene HA, Protokolle, Hefterföhrung bzw. Lerntagelbuch

!!! Transparentmachung der Bewertungskriterien !!!