Einführung in die Mathematikdidaktik 13.1.2009

Unterrichtsprojekt „Lernen durch Lehren“

Jeweils Di. 1./2. Stunde (8.00 – 8.45 Uhr, 8.50 – 9.35 Uhr)

6.1.09 1. Begriff /Graph; 2. Steigung einer linearen Funktion/ geometrische Bedeutung der Parameter m und n

13.1.09 1. Steigungswinkel einer Geraden, Schnittpunkt und – winkel von Geraden, Orthogonalität; 2. Entfernung zweier Punkte / Abstand Gerade/Punkt-Gerade

20.1.09 1. Normalparabel, Verschiebungen, Streckungen,
2. Scheitelpunktsform, Nullstellen quadratischer Funktionen

Nach Absprache besteht die Möglichkeit zur Hospitation und einem anschließenden persönlichen Gespräch!

Unterrichtsprojekt „Lernen durch Lehren“

Anforderungen an die Gestaltung eines Stundenthemas:

1. **Zeitlicher Rahmen:** - 30 Minuten, davon:
   - ca. 10 min Vortrag
   - ca. 10 min Rechnen von Übungsaufgaben
   - ca. 10 min Vergleich von Übungsaufgaben

2. **Vortrag:**
   - **Thema** – Worum geht es?
   - **Erkenntnis** – Was hat man dabei herausgefunden?
   - **Nutzen** – Wofür kann man das nutzen?
   - **Anwendung** – Wie berechnet man es ?

Unterrichtsprojekt eines „frischgebackenen“ Lehrers

Anforderungen an die Gestaltung eines Stundenthemas:

4. Rechnen der Übungsaufgaben:

- Auswahl von passenden Übungsaufgaben
- Vorbereitung auf Arbeitsblatt oder Folie (Kopien rechtzeitig mit Lehrer absprechen!)
- Betreuung der Schüler beim Rechnen (Erklären und Helfen)

5. Vergleich der Übungsaufgaben:

- **Moderation** – Wer kommt ran?
- **Korrektur** - Was ist richtig / falsch?
- **Diskussionsleitung** – Warum funktioniert das (nicht)?
- **Reflexion** – Was lief gut / schlecht?

Angenommen, Sie würden ein LdL-Unterrichtsprojekt durchführen:

Thema 1: „Satz des Vieta“

Thema 2: „Satz des Pythagoras“

1) Stellen Sie die Anforderungen schriftlich zusammen, welche Sie an Ihre Schüler stellen.

2) Beschreiben Sie, wie Sie bei dem geschilderten Unterrichtsprojekt eine differenzierte Bewertung der Schüler vornehmen würden.

Wählen Sie sich eins der beiden Themen:

(1) Satz des Vieta **(2) Satz des Pythagoras**

Bereiten Sie zum nächsten Vorlesungstermin eine Unterrichtsstunde vor, die den gestellten Anforderungen genügt.

Der Verständniskern

(nach F. Zech)

Mit „Verständniskern“ eines mathematischen Sachverhalts bezeichnet man seine möglichst „tief“ in der kognitiven Struktur des Schülers verankerbare Bedeutung.

↓

Explizite Formulierung!

↓

Verwendung möglichst vertrauter Begriffe
aus vorangegangenem Unterricht oder
(falls möglich) aus Alltagssituationen.

↓

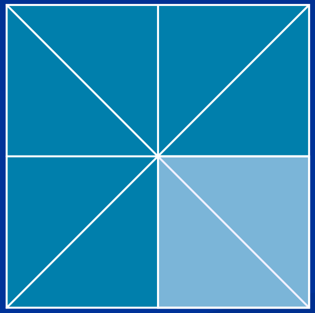
Schülergemäße Formulierung!

Beispiel: „Kürzen von Brüchen“

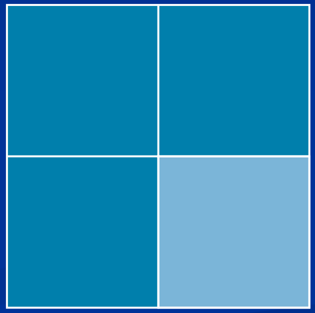
Oft wird der Verständniskern angesprochen, aber kaum bewusst gemacht. Auszug aus einem (Haupt-)Schulbuch (vgl. Leppig, 1989a, S.37):

Wir sehen: $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

Man sagt, der Bruch $\frac{6}{8}$ wurde auf $\frac{3}{4}$ gekürzt. Wir sehen, wenn wir Zähler und Nenner in Faktoren zerlegen: $\frac{6}{8} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{3}{4}$



$\frac{6}{8}$



$\frac{3}{4}$

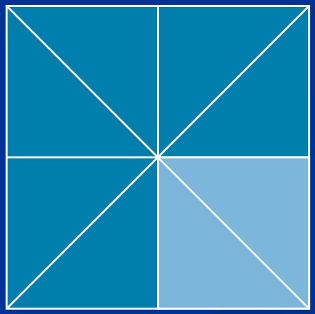
Einen Bruch **kürzen** heißt, ihn in einen gleich großen Bruch mit kleinerem Nenner und kleinerem Zähler umzuwandeln.
Dazu werden Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.

Beispiel: „Kürzen von Brüchen“

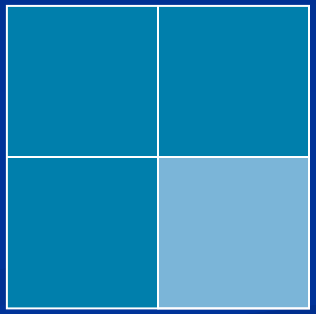
Sofortiger Übergang auf fachsprachliche Ebene.

Kein Bezug zu anschaulichem Verständniskern.

Trotz Veranschaulichung wird der „Kern“ nicht explizit genannt und damit verständlich.



$\frac{6}{8}$



$\frac{3}{4}$

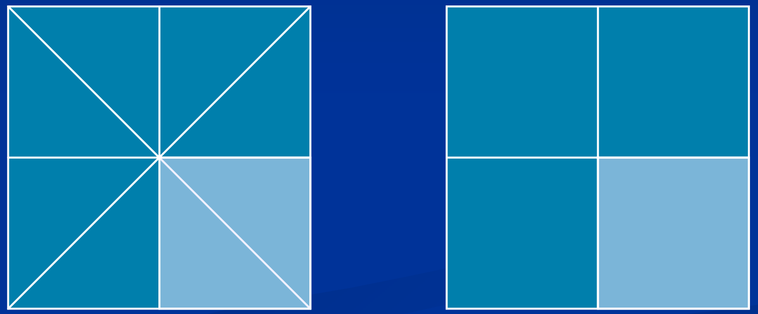
Einen Bruch **kürzen** heißt, ihn in einen gleich großen Bruch mit kleinerem Nenner und kleinerem Zähler umzuwandeln.
Dazu werden Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.

Beispiel: „Kürzen von Brüchen“

Sofortiger Übergang auf fachsprachliche Ebene.

Kein Bezug zu anschaulichem Verständniskern.

Trotz Veranschaulichung wird der „Kern“ nicht explizit genannt und damit verständlich.



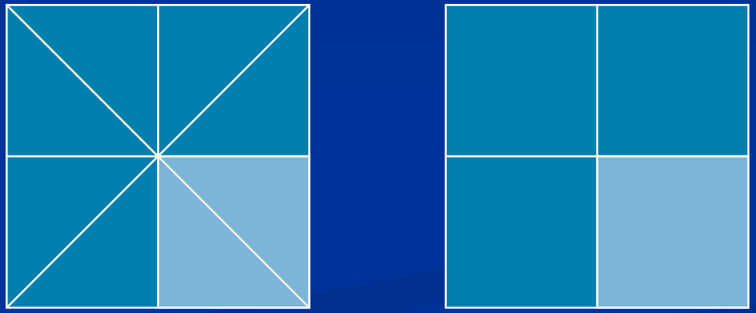
$\frac{6}{8}$ $\frac{3}{4}$

Wie könnte man den Verständniskern zunächst vielleicht formulieren?

Beispiel: „Kürzen von Brüchen“

Kürzen eines Bruchs heißt „Vergröbern“ seiner Einteilung.
Man teilt das Ganze in weniger, aber entsprechend größere Teile.

Beispiel: „Kürzen“ von $\frac{6}{8}$ mit 2 bedeutet:



$\frac{6}{8}$ Kürzen mit 2 $\frac{3}{4}$

halb so viele,

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$$

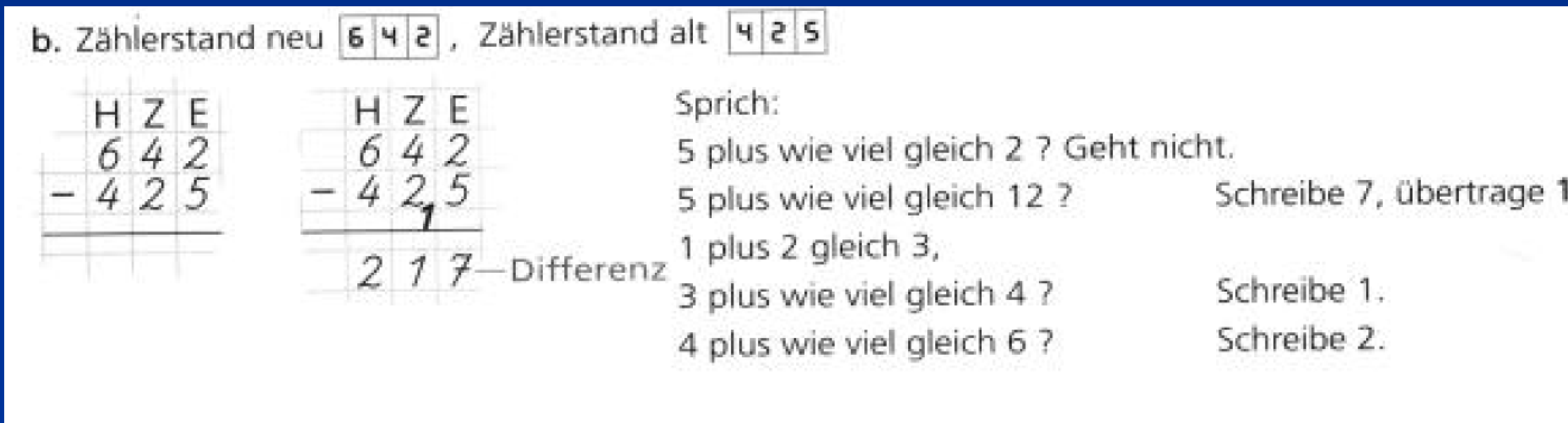
aber doppelt so große Teile.

Alltagserfahrung: z.B. schneidet man bei einem Kuchen nur jede zweite „Kerbe“ durch.

Beispiel: „Subtraktion“

Auszug aus der Dissertation von Christopher Seyd:

Das profunde Verständnis fundamentaler Mathematik von Lehrkräften als Ausgangspunkt für eine Verbesserung der Unterrichtsqualität, Shanghai 2005.



b. Zählerstand neu 6 4 2 , Zählerstand alt 4 2 5

	H	Z	E
	6	4	2
−	4	2	5

	H	Z	E	
	6	4	2	
−	4	2_1	5	
	2	1	7	—Differenz

Sprich:

5 plus wie viel gleich 2 ? Geht nicht.

5 plus wie viel gleich 12 ? Schreibe 7, übertrage 1

1 plus 2 gleich 3,

3 plus wie viel gleich 4 ? Schreibe 1.

4 plus wie viel gleich 6 ? Schreibe 2.

Abb. 4: Auszug aus dem *"Zahlenbuch"* (Wittmann et al. 1996)

Verfahrensorientiertes Wissen

Wie könnte man verständnisorientiert unterrichten?

In einem Schweizer Schulbuch wird der Verständniskern auf der Basis des vorher erarbeiteten „gleichsinnigen Ergänzens“ explizit ausformuliert (s. Abb. 5).

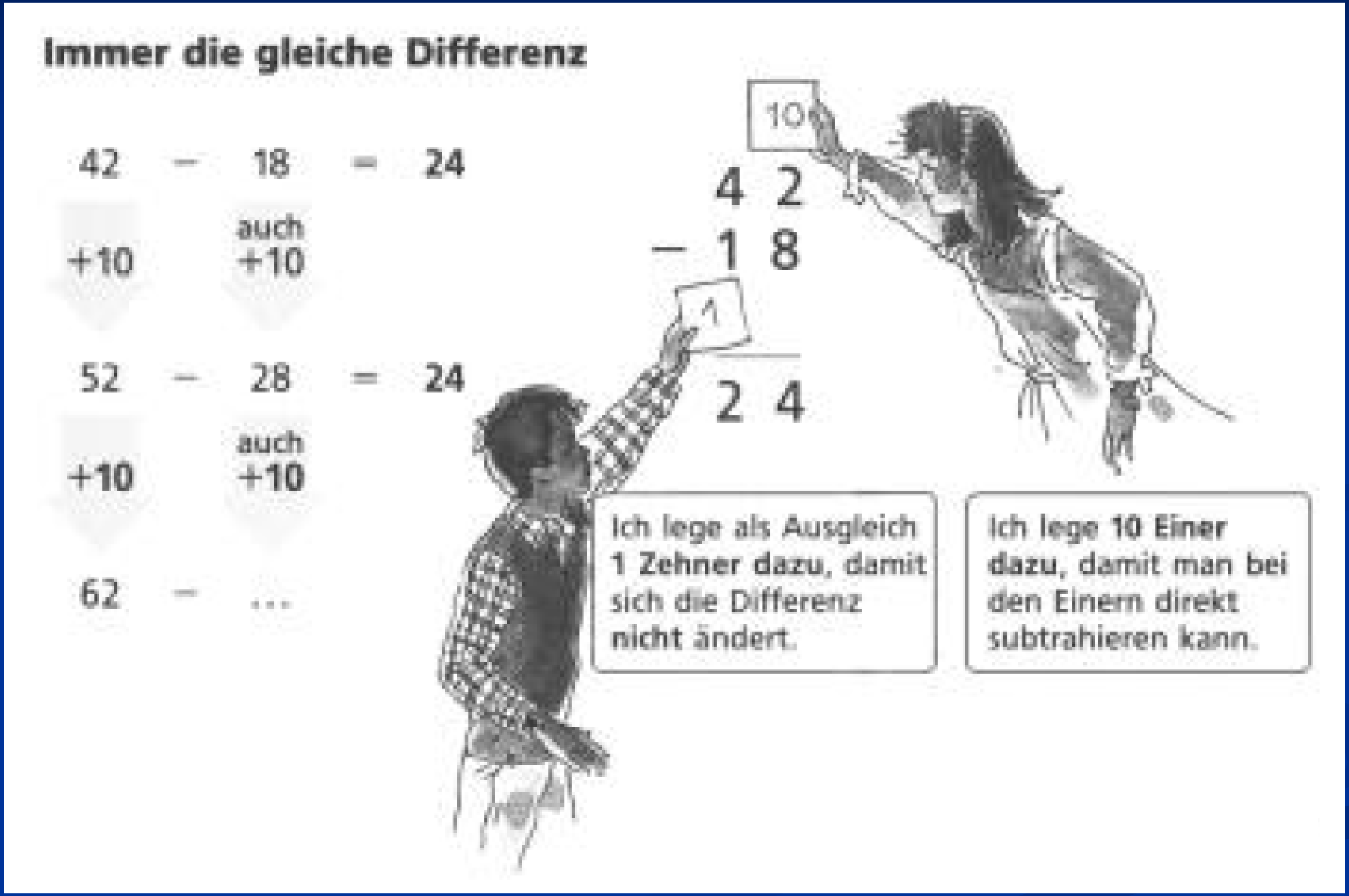


Abb. 5: Auszug aus dem Schulbuch für den Kanton Zürich; Hohl, W. u.a. (2000). „Mathematik 4“. Schülerbuch des Kantons Zürich. Zürich: Lehrbuchverlag des Kantons, S. 43

Schriftliches Subtrahieren

Wir rechnen jetzt den Term 7042 − 3518 schriftlich aus.

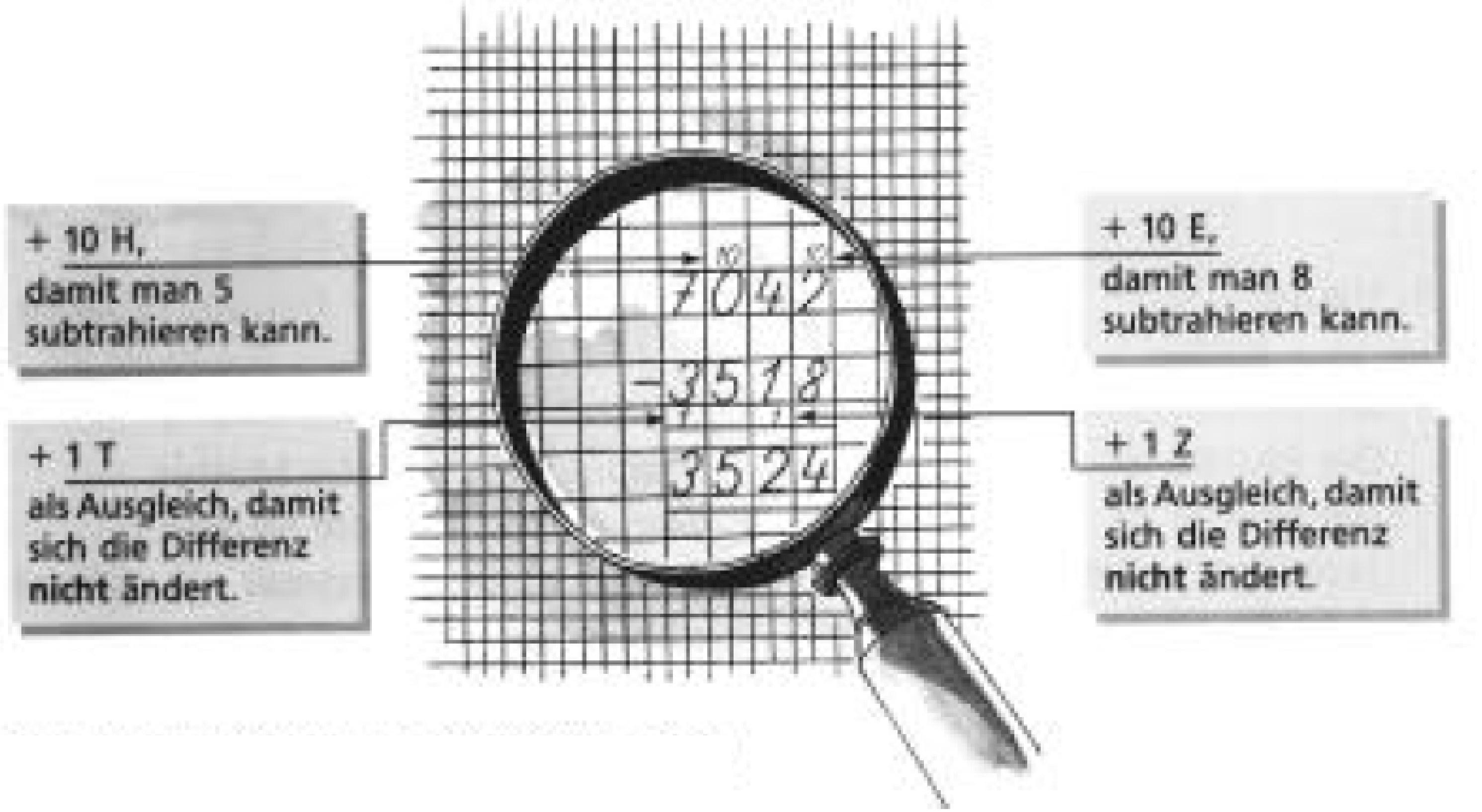


Abb. 5: Auszug aus dem Schulbuch für den Kanton Zürich; Hohl, W. u.a. (2000). „Mathematik 4". Schülerbuch des Kantons Zürich. Zürich: Lehrbuchverlag des Kantons, S. 43

Dem gleichsinnigen Ergänzen sollten wiederum verständliche, schülergemäße Erklärungen des Stellenwertsystems vorangegangen sein. Diese ließen sich dann wie z.B. in Abb. 6 in die Erklärungen der schriftlichen Subtraktion mit Übertrag einbinden.

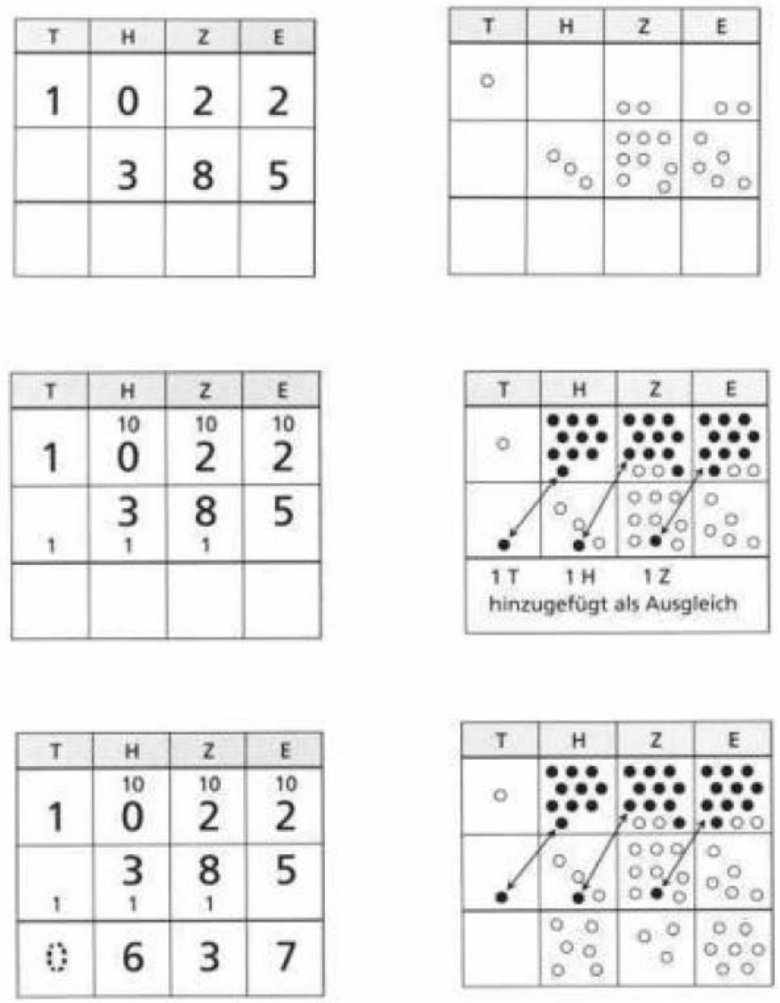


Abb. 6: Auszug aus dem Züricher Lehrerhandbuch (Hohl, W. u.a. 2000)

Eine so konstruierte Erklärung der schriftlichen Subtraktion mit Übertrag ließe in Hinblick auf den Verständniskern schon eher den Schluss zu, dass bereits erworbenes Vorwissen der Schüler miteinbezogen und somit in der Erklärung fest verankert wird.

Während in dem ersten Schulbuchbeispiel der Algorithmus als auszuführende Technik mechanisch erläutert und daher auch nur ebenso gelernt werden kann, macht die Veranschaulichung aus dem zweiten Beispiel ein Verstehen möglich, dem dann die Automatisierung folgen kann.

Was Ausubel et al. in Bezug auf diese Form des Wissenserwerbs, dem sinnvollen Lernen, schreiben, gilt gemeinhin als normativ:

> *„Je sinnvoller etwas gelernt wird, d.h. je besser es auf die kognitive Struktur des Lernenden bezogen wird, desto besser wird es auch behalten." (Ausubel et al. 1980, S. 169f.)*

Christopher Seyd: Das profunde Verständnis fundamentaler Mathematik von Lehrkräften als Ausgangspunkt für eine Verbesserung der Unterrichtsqualität, S. 38 – 40. Shanghai 2005.