Einführung in die Mathematikdidaktik 3.2.2009

Prozessbezogene mathematische Kompetenzbereiche
- Argumentieren - Probleme lösen - Modellieren - Darstellungen verwenden - Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen - Kommunizieren

Schildern Sie mindestens zwei unterrichtliche Alternativen zur Erarbeitung der Formel $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Beschreiben Sie jeweils, welche Voraussetzungen die Schüler benötigen.

Schildern Sie eine mögliche Unterrichtssequenz zur Herleitung der Lösungsformel für quadratische Gleichungen.

Berücksichtigen Sie dabei die folgenden „Stichworte“:

Normalform

$x^2 = r$

$(x-d)^2 = r$

Quadratische Ergänzung

Quadr. / lin. / absolutes Glied

$x^2 + px + q = 0$

(ggf.) binomische Formeln

Diskriminante

Reinquadratische Gleichung

Gemischtquadr. Gleichung

Christopher Seyd: Das profunde Verständnis fundamentaler Mathematik von Lehrkräften als Ausgangspunkt für eine Verbesserung der Unterrichtsqualität. Shanghai 2005.

Hypothese 1: Es gibt Grundschullehrkräfte, die über ein tiefgehendes Verständnis der elementaren Mathematik (PUFM) verfügen. Sie bilden allerdings nicht die Mehrheit der Grundschullehrer.

Hypothese 2: Das mathematische Fachwissen der Hamburger Lehrkräfte unterscheidet sich von dem der Züricher.

Hypothese 3: Die Erklärungen der Schweizer Lehrkräfte lassen gegenüber denen der Hamburger ein profunderes Verständnis elementarer Mathematik erkennen.

Hypothese 4: Ein nur kleiner Teil der Hamburger und Züricher Lehrkräfte entwickelt eine charakteristische mathematische Herangehensweise zu der Behauptung, die Größe der Fläche einer geometrischen Figur würde mit dem Umfang zunehmen.

Das Design der Untersuchung von Christopher Seyd:

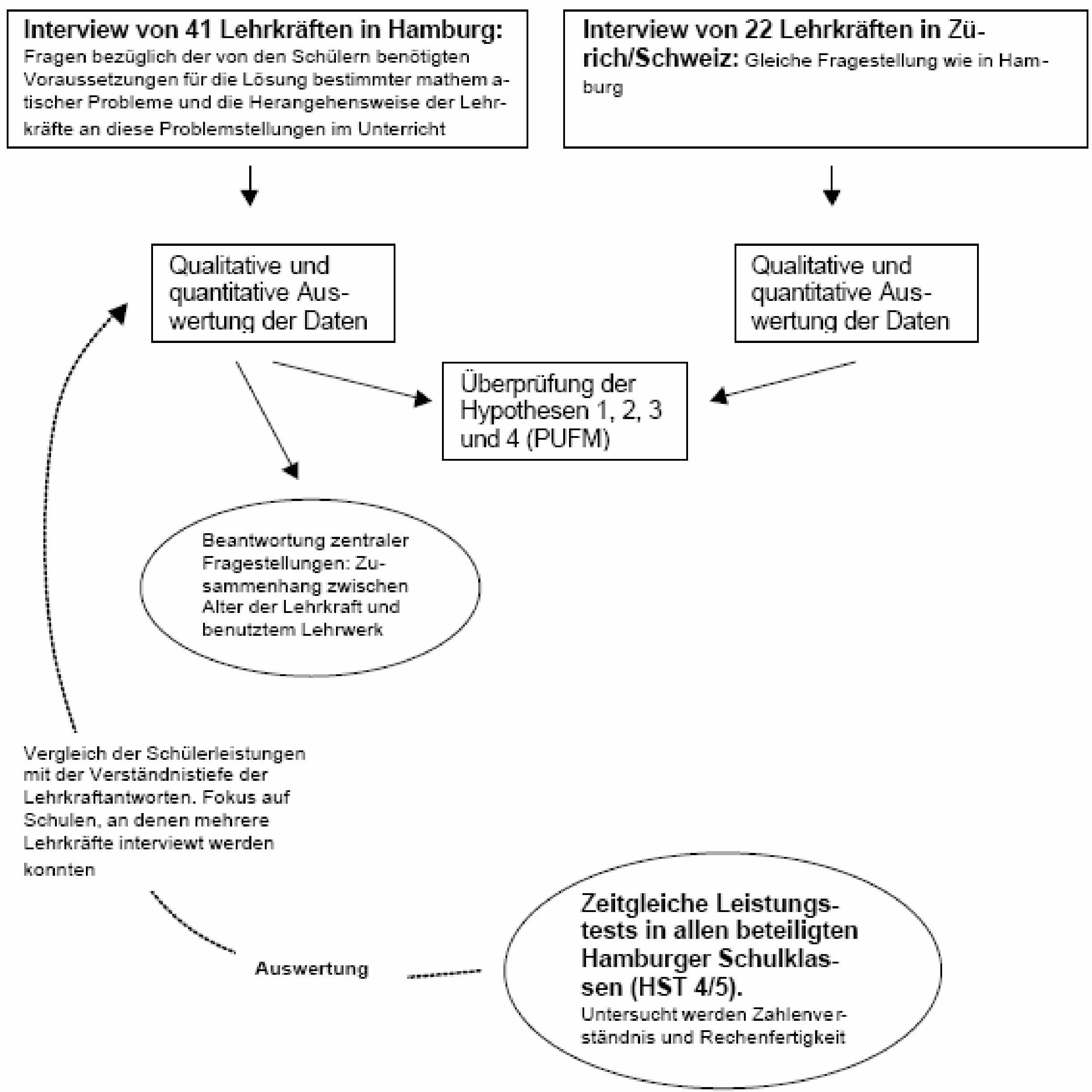


Abb. 35: Das Design der eigenen Untersuchung

Christopher Seyd: Das profunde Verständnis fundamentaler Mathematik von Lehrkräften als Ausgangspunkt für eine Verbesserung der Unterrichtsqualität, S.100. Shanghai 2005.

Antragsverfahren

So war eine Befragung der Lehrkräfte in Hamburg erst möglich, nachdem diese in der Behörde für Schule, Jugend und Berufsbildung beantragt worden war. Voraussetzung für eine Genehmigung war die Vorlage eines Untersuchungsverlaufsplans nebst Angabe und Begründung der mit der Erhebung verfolgten Ziele in der Hamburger Behörde unter Beifügung eines Genehmigungsschreibens der betreffenden Schulleitungen, in dem bestätigt wurde, dass sie mit der Durchführung eines Interviews und der Schulleistungstests einverstanden seien. Die Formulierungen in diesem Schreiben mussten wiederum von der Behörde genehmigt worden sein, bevor es der Schulleitung vorgelegt werden durfte. Schließlich mussten sich die Lehrkräfte schriftlich einverstanden erklären, an einem Interview teilzunehmen, und am Tag des Interviews schriftlich quittieren, dass sie über die Untersuchungsziele aufgeklärt worden und mit der dann beginnenden Befragung einverstanden seien.

Neben den zentralen Hypothesen der Untersuchung soll der Fokus daher noch auf folgende besondere Fragestellungen gelenkt werden:

1. Besteht ein Zusammenhang zwischen Alter oder Dienstzeit der unterrichtenden Lehrkraft und der erkennbaren Verständnistiefe derselben?
2. Wie viele Lehrkräfte, die in der Grundschule Mathematik unterrichten, haben dieses als Fachwissenschaft studiert, besitzen also eine „Lehrbefähigung" im Fach Mathematik?
3. Verfügen Lehrkräfte mit der Fakultas Mathematik über ein besseres Verständnis der mathematischen Unterrichtsinhalte in der Grundschule?
4. Gibt es einen Zusammenhang zwischen dem verwendeten Schulbuch und der Qualität der Antworten der Lehrkräfte?

Eine weitere Fragestellung, auf die sich der zweite Teil der Untersuchung bezieht, leitet sich aus der Annahme ab, es bestehe ein Zusammenhang zwischen Lehrkraftwissen und Schülerleistungen:

5. Schüler, die von einer Lehrkraft unterrichtet werden, die über ein tiefgehendes mathematisches Wissen verfügt, zeigen vor allem in Aufgaben zum Zahlenverständnis oder zu Sachzusammenhängen bessere Leistungen als diejenigen, die von einer Lehrkraft unterrichtet werden, deren mathematisches Verständnis eher verfahrensorientiert ist.

Christopher Seyd: Das profunde Verständnis fundamentaler Mathematik von Lehrkräften als Ausgangspunkt für eine Verbesserung der Unterrichtsqualität, S. 92ff. Shanghai 2005.

1. Schriftliche Subtraktion mit Übertrag

„Lassen Sie uns eine Weile ein Thema betrachten, mit dem Sie im Unterricht häufiger zu tun haben: schriftliche Subtraktion mit Übertrag. Schauen Sie sich diese Aufgaben an:

$$\begin{array}{r} 45 \\ -\;27 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 52 \\ -\;25 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 91 \\ -\;79 \\ \hline \end{array}$$

Wie würden Sie an solche Probleme herangehen, wenn Sie in einer dritten Klasse unterrichteten? Was müssten Kinder Ihrer Meinung nach verstehen oder tun können, bevor Sie beginnen können, die schriftliche Subtraktion mit Übertrag im Unterricht zu behandeln?“

Christopher Seyd: Das profunde Verständnis fundamentaler Mathematik
von Lehrkräften als Ausgangspunkt für eine Verbesserung der Unterrichtsqualität,
S. 102ff. Shanghai 2005.

2. Schriftliche Multiplikation

„Stellen Sie sich folgende Situation vor:

Einige Lehrer in der sechsten Klassenstufe bemerken, dass mehrere ihrer Schüler bei der schriftlichen Multiplikation den gleichen Fehler machen. Bei dem Versuch, die Aufgabe

$$123 \quad x \quad 645 \quad =$$

zu rechnen, scheinen die Schüler zu vergessen, die Zahlen (also die Teilprodukte) immer eine Spalte weiter „zu rücken“. Sie rechnen so

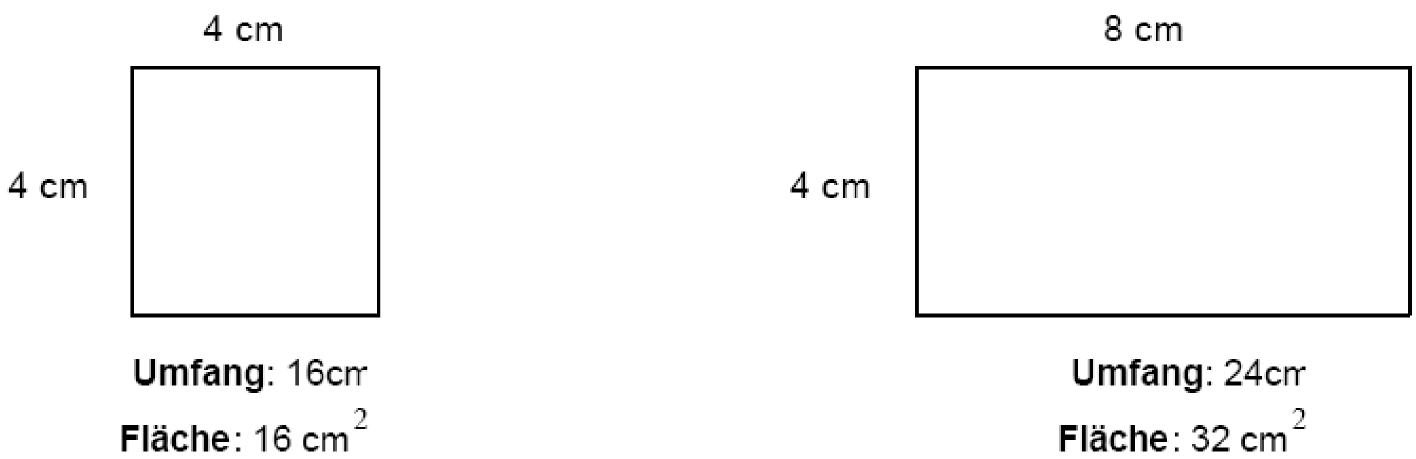
~~1~~	~~2~~	~~3~~	~~x~~	~~6~~	~~4~~	~~5~~	~~–~~	~~1~~	~~8~~	~~4~~	~~5~~	
				7	3	8						
				4	9	2						
				6	1	5						
			1	8	4	5						

anstatt so:

1	2	3	x	6	4	5	=	7	9	3	3	5
		7	3	8								
			4	9	2							
				6	1	5						
		7	9	3	3	5						

3. Geometrie

„Stellen Sie sich vor, eine Schülerin aus der vierten Klasse kommt aufgeregt in den Unterricht. Sie sagt Ihnen, dass sie eine Theorie ausgeknobelt hat, die Sie der Klasse niemals erzählt haben. Sie erklärt, dass sie herausgefunden hat, dass mit dem Zunehmen des Umfanges einer geschlossenen Figur auch gleichzeitig die Fläche größer wird. Sie zeigt Ihnen dieses Bild, um zu beweisen, was sie meint:



Wie würden Sie der Schülerin antworten?“

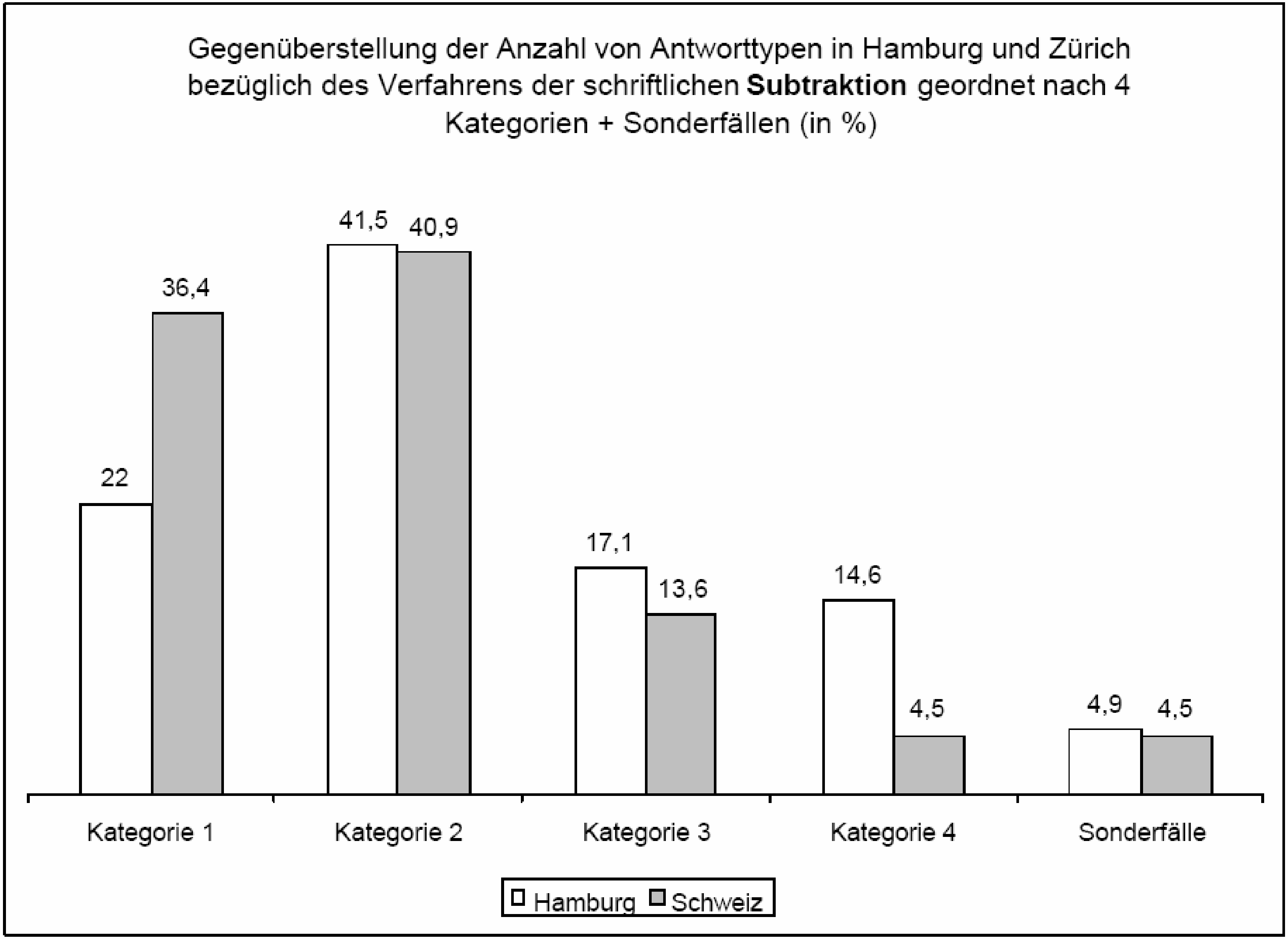


Abb. 39: Gegenüberstellung der Anzahl von Antworttypen in Hamburg und Zürich bezüglich des Verfahrens der schriftlichen Subtraktion geordnet nach 4 Kategorien + Sonderfällen (in %) (ebenda S. 123)

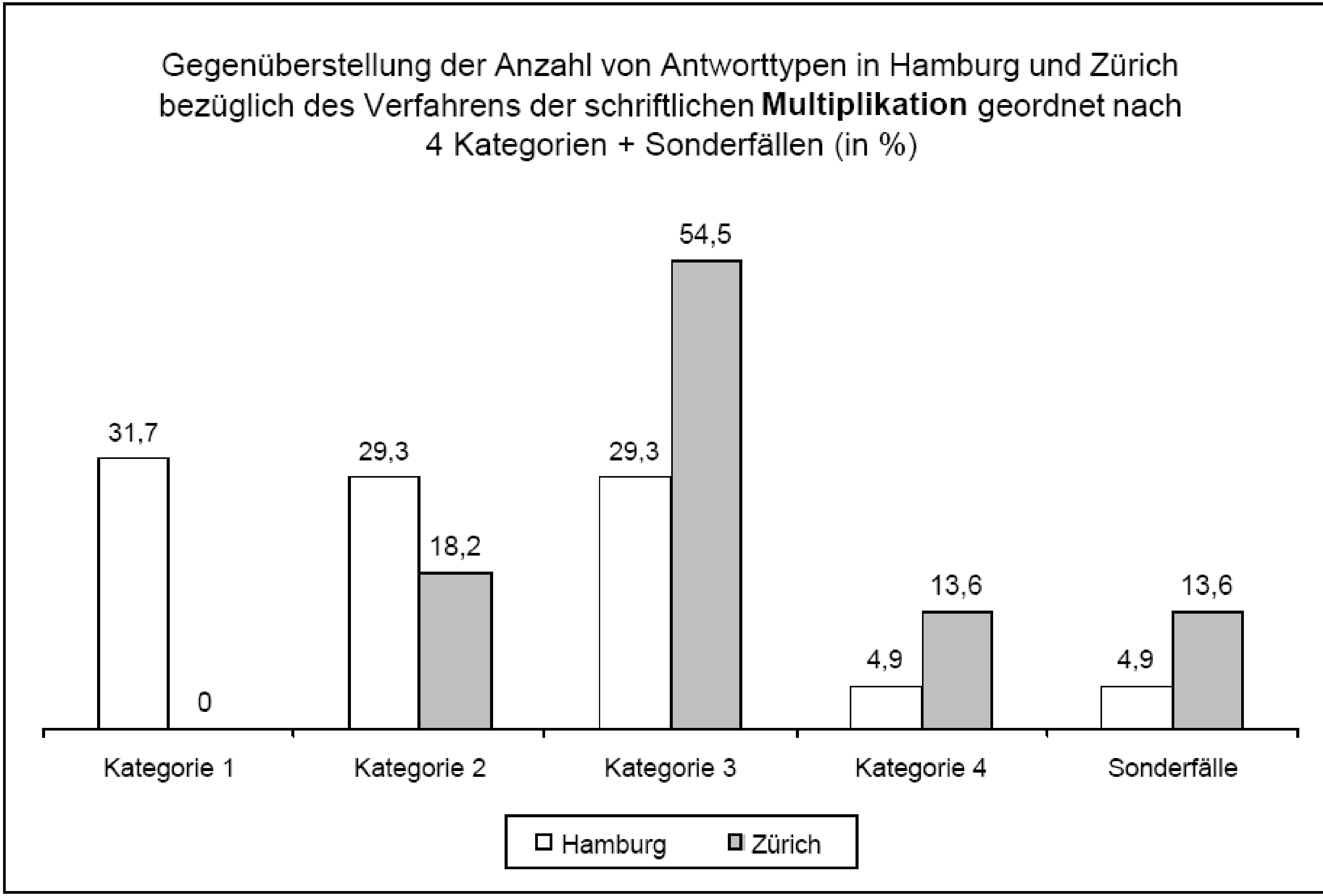


Abb. 40: Gegenüberstellung der Anzahl von Antworttypen in Hamburg und Zürich bezüglich des Verfahrens der schriftlichen Multiplikation geordnet nach 4 Kategorien + Sonderfällen (in %)
(ebenda S. 129)

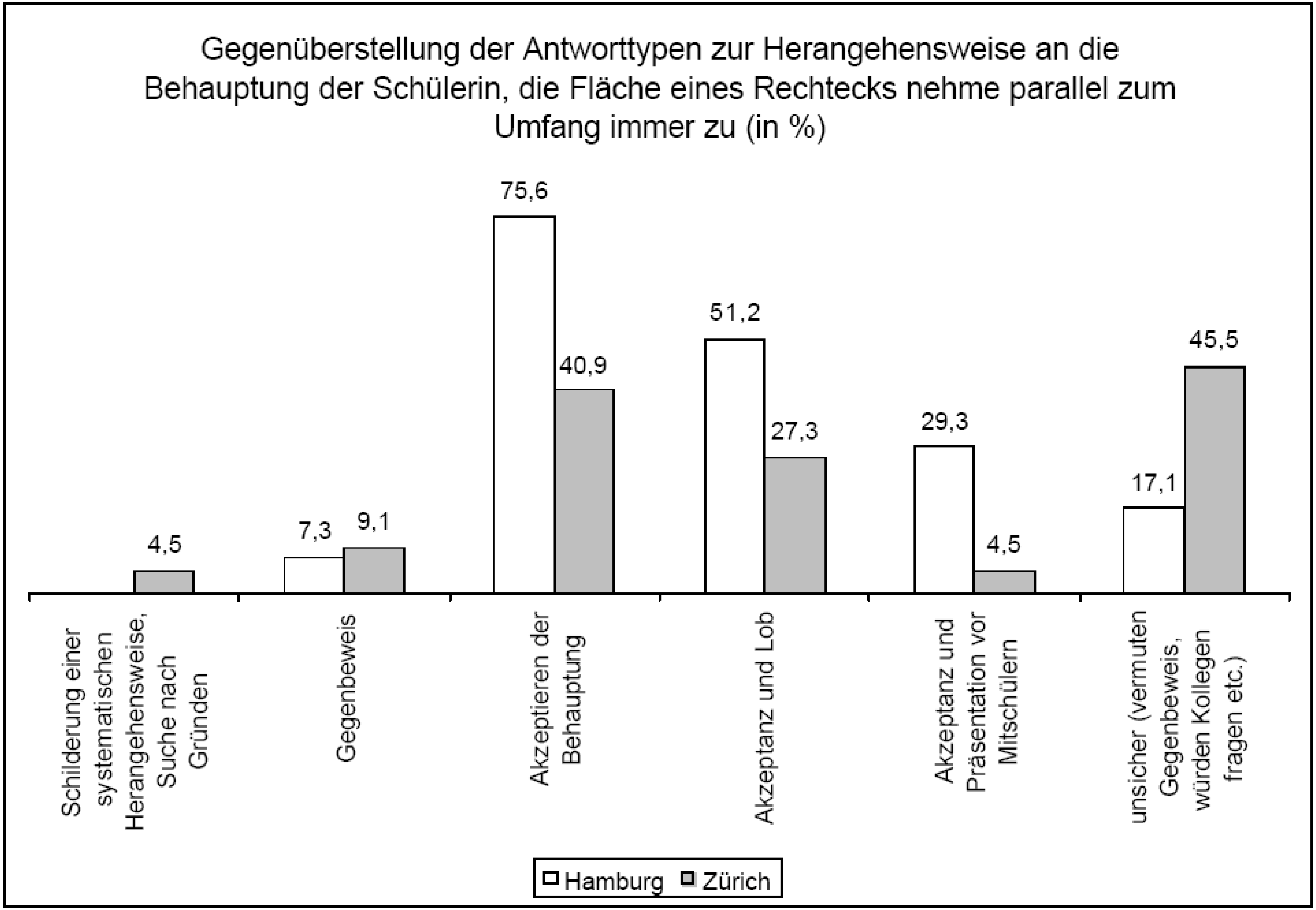


Abb. 51: Gegenüberstellung der Antworttypen zur Herangehensweise an die Behauptung der Schülerin, die Fläche eines Rechtecks nehme parallel zum Umfang immer zu (in %)

(ebenda S. 167)

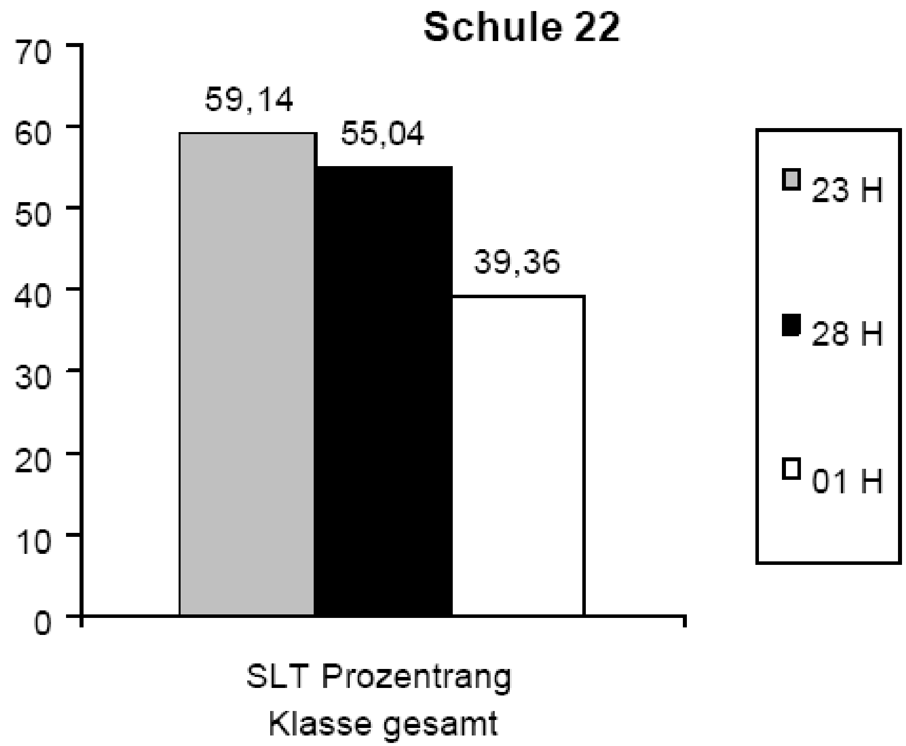


Abb. 54: Prozentualer Anteil des Durchschnitts der Schüler einer Klasse an der Schule 22, die besser waren als die Schüler der Eichstichgruppe 1999 (eigene Darstellung)

Bsp.: 59,14 % der Schüler der Lehrkraft 23 H waren im Durchschnitt besser als die Schüler der Eichstichgruppe des HST 4/5.

(ebenda S. 176)