

Einführung in die Mathematikdidaktik

21.10.08

Dr. Sabine Giese

Einführung in die Mathematikdidaktik

Anmeldung:

- Bachelor: Campusmanagement (bis 31.10.08)
(gewünscht auch über KVV)
- Lehramt (Staatsexamen): KVV

Abmeldungen bis zum 31.10.08 !

Einführung in die Mathematikdidaktik

Literatur:

- Friedrich Zech
Grundkurs Mathematikdidaktik
Beltz Verlag, 10. Auflage 2002, ISBN 3-407-25216-1
- Hans Joachim Vollrath
Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe
Spektrumverlag 2001, ISBN 3-8274-1169-6
- Rahmenlehrplan Mathematik für die Sekundarstufe I
Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport 2006
- Ausgewählte Folien auf der Homepage der Didaktik

Sie beschäftigen sich mit Mathematik.

Weshalb eigentlich ?

Beschreiben Sie mögliche Ziele Ihres
Mathematikunterrichts!

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

... ordnen sich in die allgemeinen Ziele der Schule ein.

„In den Zielen der Schule spiegeln sich Optionen (Wünsche) der Gesellschaft wider für eine angemessene Ausstattung der Schüler mit Qualifikationen für ihr zukünftiges Leben in Familie, Beruf und Öffentlichkeit.“ (Zech, S.51)

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

- Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen
- Geistige Grundtechniken
- Allgemeine „Erziehungsziele“

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen
- Auf das Fach insgesamt bezogene Einsichten und Einstellungen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

- **Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen**
 1. Anschauungsvermögen
 2. Logisches Denken
 3. Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit
 4. Sprachförderung und Kritikfähigkeit
 5. Förderung von Problemlöseverhalten und Kreativität
 6. Selbständigkeit und Selbsttätigkeit

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen

1. Anschauungsvermögen

a) *Räumliches Vorstellungsvermögen*

(Übersetzen von zweidimensionalen Darstellungen in dreidimensionale und umgekehrt)

Beispiele: - Räumliche Vorstellung eines Hauses aufgrund seines Grund- und Aufrisses
- Darstellung von räumlichen Grundformen auf einem Blatt Papier
(z.B. Quader, Pyramide, Kegel)

b) *Nutzen von Anschaulichkeit*

(als heuristische Hilfe durch Übersetzen eines Sachverhaltes in eine bildliche, insbesondere geometrische Darstellungsweise)

Beispiel: - Verdeutlichung einer Situation durch eine Skizze, ein Schema, eine Darstellung im Koordinatensystem \Rightarrow

Ikonisieren !

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen

2. Logisches Denken

- a) *außermathematisch* (insofern „fachübergreifend“)
 - logische Prinzipien auf Alltagssprache und außermathematische Situationen anwenden können

- b) *innermathematisch* (insofern „allg. Ziel des Matheunterrichts“)
 - die Regeln der formalen Logik (z.B. Verneinungsregel, Beweisverfahren, ...) beim mathematischen Argumentieren beachten lernen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen

3. Kommunikations- und Kooperationsfähigkeit

(einschließlich der *Bereitschaft* zum „rationalen Dialog“)

Beispiele von Einzelfähigkeiten:

- Aussagen genau aufnehmen
- Aussagen verdeutlichen
- Beispiele und Gegenbeispiele angeben
- Aussagen logisch anordnen
- Aussagen prüfen (nachrechnen – kontrollieren)
- Bereitschaft Aussagen zu revidieren
- sich an Definitionen halten
- ...

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen

4. Sprachförderung und Kritikfähigkeit

(enger Zusammenhang bzw. Überschneidungen zu Punkt (3) !)

Beispiele von Einzelfähigkeiten:

- Verbalisierung eigener Handlungen und Gedanken
- Sprachpräzisierung: - sich genauer (verständlicher) ausdrücken
- => Frage nach genauem Begriffsinhalt,
 nach Voraussetzungen und Begründungen
- Förderung der Kritikfähigkeit durch diese Fragehaltung
- ...

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen

5. Förderung von Problemlöseverhalten und Kreativität

(Hier gehen vorherige Zielsetzungen mit ein !)

- Aktive Haltung gegenüber neuen Problemen
- Mut zum Nachdenken auch wenn kein Lösungsweg in Sicht ist
- Sich zu helfen wissen
- Bereit zum Formulieren und Prüfen von Vermutungen sein
- Bereit zum systematischen Variieren von Lösungsansätzen sein
- **Kombinatorisches Denken** (systematisches Ausschöpfen von Lösungsmöglichkeiten)
- **Kombinationsfähigkeit** (durch Kombination von bekannten Begriffen, Sätzen und Regeln zu neuen Aussagen kommen)
- **Erwerb von Denkstrategien** (Methoden, Probleme anzugehen und schrittweise zu lösen: z.B. system. Sammeln von Daten, „Skizzierung“ des Sachverhaltes, Aufteilung in Teilprobleme, Rückführung auf Bekanntes, Prüfung der Lösung)

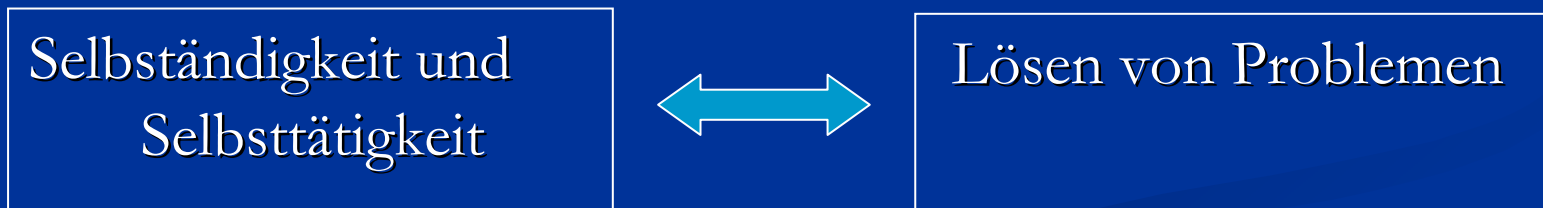


Heuristische Strategien

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

- **Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen**
- 6. **Selbständigkeit und Selbsttätigkeit**



Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

- Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen
- Geistige Grundtechniken
- Allgemeine „Erziehungsziele“

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen
- Auf das Fach insgesamt bezogene Einsichten und Einstellungen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

- Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen
- Geistige Grundtechniken
- Allgemeine „Erziehungsziele“

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen
- Auf das Fach insgesamt bezogene Einsichten und Einstellungen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

- Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen
- **Geistige Grundtechniken**
- Allgemeine „Erziehungsziele“

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen
- Auf das Fach insgesamt bezogene Einsichten und Einstellungen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. Vergleichen
2. Ordnen
3. Abstrahieren
4. Verallgemeinern
5. Klassifizieren
6. Konkretisieren
7. Formalisieren
8. Analogisieren

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. **Vergleichen**
2. Ordnen
3. Abstrahieren
4. Verallgemeinern
5. Klassifizieren
6. Konkretisieren
7. Formalisieren
8. Analogisieren

„Erfassen von Unterschieden/Gemeinsamkeiten zwischen Vergleichsobjekten hinsichtlich bestimmter Eigenschaften.“

Beispiele:

- Vergleich von Vierecken hinsichtlich Symmetrien
- Vergleich von Begriffen und Verfahren im Hinblick auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten (z.B. unterschiedliche Lösungsverfahren)

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. Vergleichen
2. **Ordnen**
3. Abstrahieren
4. Verallgemeinern
5. Klassifizieren
6. Konkretisieren
7. Formalisieren
8. Analogisieren

„Erfassen bzw. Herstellen einer auf- oder absteigenden Reihe von Objekten hinsichtlich eines oder mehrerer Merkmale.“

Beispiele:

- Ordnen von Brüchen nach ihrer Größe
- Logisches Ordnen von Begriffen
(z.B. von Vierecksarten oder Winkelsätzen)

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. Vergleichen
 2. Ordnen
 3. **Abstrahieren**
 4. Verallgemeinern
 5. Klassifizieren
 6. Konkretisieren
 7. Formalisieren
 8. Analogisieren
- „Erfassen der für eine konkrete Ziel- oder Fragestellung wesentlichen Merkmale oder Komponenten und Vernachlässigen der unwesentlichen.“
- Beispiele:
- Herauslösen der wesentlichen Angaben aus einer Sachaufgabe
 - Absehen von unwesentlichen Merkmalen bei einer Begriffsbildung
 - Herausarbeiten von Strukturen (z.B. Gruppenstruktur)

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. Vergleichen
2. Ordnen
3. Abstrahieren
4. **Verallgemeinern**
5. Klassifizieren
6. Konkretisieren
7. Formalisieren
8. Analogisieren

„Erfassen der einer Reihe von Gegenständen oder Erscheinungen gemeinsamen und gleichzeitig wesentlichen Merkmale und das Bilden von Klassen.“

Beispiele:

- Fortsetzen von Zahlenfolgen
- Vermutung von Zahlengesetzen aufgrund von Einzelbeispielen
- Verallgemeinerung von Begriffen und Regeln (z.B. Erweitern ebener auf räumliche Symmetrie oder Ausweitung von Begriffen und Verfahren auf neue Gültigkeits- und Anwendungsbereiche)

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. Vergleichen „Zuordnen eines Objektes zu einer Klasse oder das In-Beziehung-Setzen von Klassen zueinander.“

2. Ordnen

3. Abstrahieren

4. Verallgemeinern

5. **Klassifizieren**

6. Konkretisieren

7. Formalisieren

8. Analogisieren

Beispiele:

- Entscheiden, ob Quadrate Rauten sind
- Klassifizieren von Begriffen und Verfahren (z.B. geometrische versus algebraische Begriffe und Verfahren)

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. Vergleichen „Übertragen und Anwenden des Allgemeinen auf das Besondere und Einzelne.“

2. Ordnen

3. Abstrahieren

4. Verallgemeinern

5. Klassifizieren

6. **Konkretisieren**

7. Formalisieren

8. Analogisieren

Beispiele:

- Anwendung des Satzes des Pythagoras auf ein spezielles rechtwinkliges Dreieck
- Konstruktion des Spiegelbildes eines bestimmten Punktes
- Konkretisierung eines inhaltlichen Verfahrens oder einer Denkstrategie
(z.B. Berechnung eines Prozentsatzes in einem konkreten Fall oder Verdeutlichung gegebener Daten in einer Skizze)

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. Vergleichen
 2. Ordnen
 3. Abstrahieren
 4. Verallgemeinern
 5. Klassifizieren
 6. Konkretisieren
 7. **Formalisieren**
 8. Analogisieren
- „Fertigkeit, Informationen zu codieren, also ein geeignetes Zeichensystem zu verwenden.“
- Beispiele:
- Erstellung von Diagrammen
 - Übersetzung eines Sachverhalts in eine Gleichung
 - Übersetzung eines mathematischen Verfahrens in ein Computerprogramm

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Geistige Grundtechniken

1. Vergleichen „Entsprechungen zwischen verschiedenen Phänomenbereichen herstellen.
2. Ordnen Genauer:
3. Abstrahieren Beurteilung, ob und inwiefern zwei (inhaltlich verschiedene) Phänomenbereiche eine allgemeine Struktur aufweisen.“
4. Verallgemeinern
5. Klassifizieren
6. Konkretisieren
7. Formalisieren
8. **Analogisieren**

Beispiele:

- Vergleich von Vierecken hinsichtlich Symmetrien
- Vergleich von Begriffen und Verfahren im Hinblick auf Unterschiede und Gemeinsamkeiten (z.B. unterschiedliche Lösungsverfahren)

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

- Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen
- **Geistige Grundtechniken**
- Allgemeine „Erziehungsziele“

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen
- Auf das Fach insgesamt bezogene Einsichten und Einstellungen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

- Fundamentale Denktätigkeiten und –haltungen
- Geistige Grundtechniken
- **Allgemeine „Erziehungsziele“**

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen
- Auf das Fach insgesamt bezogene Einsichten und Einstellungen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Fachübergreifende Ziele

■ Allgemeine „Erziehungsziele“

- Sorgfalt
- Genauigkeit
- Gewissenhaftigkeit
- Klarheit
- Ordnung

Aber:

Kein Selbstzweck !

Kein Disziplinierungsmittel !

Beispiele:

- Saubere Konstruktion von geometrischen Figuren
- Sorgfältiges Erstellen von Diagrammen und Tabellen
- Genaues Rechnen, soweit sinnvoll und möglich
- Übersichtliches und vollständiges (sowie prägnantes) Notieren von Rechnungen, Konstruktionsbeschreibungen und Aufgabenlösungen

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Allgemeine Ziele des Fachs

■ Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen

1. Beherrschen sog. „Kulturtechniken“



Operationen, die man im täglichen Leben häufig braucht.

Beispiele:

- **das Einmaleins**
- **schriftliche Rechenverfahren**
- **Durchführung von Überschlägen**
- **Flächen- und Volumenberechnungen**
- **Deutung von Dezimalbrüchen und Prozentsätzen**
- **Umgang mit gängigen Größen**
- **Lesen / Deuten von graphischen Darstellungen und Tabellen**
- **Umgang mit Geodreieck und Zirkel**
- **Umgang mit Computer und Taschenrechner**
- **...**

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Allgemeine Ziele des Fachs

■ Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen

1. Beherrschen sog. „Kulturtechniken“
2. Verständnis für „Algorithmisieren“



Zerlegung einer Operation in eine wohlbestimmte Reihenfolge von (evtl. sich wiederholenden) Einzelschritten, so dass sie prinzipiell von einem Computer ausgeführt bzw. gesteuert werden kann.

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Allgemeine Ziele des Fachs

■ Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen

1. Beherrschen sog. „Kulturtechniken“
2. Verständnis für „Algorithmisieren“
3. Fähigkeit, (einfachere) Umweltsituationen zu mathematisieren



Fähigkeit, Rechenoperationen oder andere mathematische Beziehungen in Umweltsituationen wieder zu erkennen und in mathematischer Sprache auszudrücken. Insbesondere *Rechenfähigkeit* im Sinne der traditionellen Mathematikdidaktik.

Beispiele:

- Lösen von Sachaufgaben
- Erkennen und mathematisches Beschreiben von Symmetrien
- Anwendung graphischer Methoden (Erstellung von Diagrammen, graphischen Fahrplänen, lineares Optimieren)
- ...

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf Einzelinhalte bezogene Fähigkeiten und Haltungen
 1. Beherrschen sog. „Kulturtechniken“
 2. Verständnis für „Algorithmisieren“
 3. Fähigkeit, (einfachere) Umweltsituationen zu mathematisieren
 4. Fähigkeit, Umwelterscheinungen mathematischer Art zu verstehen (und kritisch zu beurteilen)



Beurteilungsvermögen von Zahlenangaben aller Art, von statistischen Daten ebenso wie von Abzahlungs- oder Darlehnsbedingungen.
Beurteilung der Aussagekraft von Graphiken und Wissen um deren Grenzen und Manipulationsmöglichkeiten.

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf das Fach insgesamt bezogene Einsichten und Einstellungen
 1. Fähigkeit, Möglichkeiten und Grenzen der Mathematik zu sehen

Beispiele:

- Mathematik als Grundlage für Technik und Naturwissenschaften (Beschreibung von Naturgesetzen durch „Formeln“)
- Gefahr der Verwechslung von Genauigkeit und Gerechtigkeit (Beispiel: „Notendurchschnitt“ als Eignungsvoraussetzung)
- Vorspiegelung falscher Absolutheit und Objektivität:
Wenn-Dann-Charakter der Mathematik (die Mathematik liefert z.B. Daten unter bestimmten Voraussetzungen, kann aber nicht entscheiden ...)
- ...

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Allgemeine Ziele des Fachs

- Auf das Fach insgesamt bezogene Einsichten und Einstellungen
 1. Fähigkeit, Möglichkeiten und Grenzen der Mathematik zu sehen
 2. Freude an der ästhetischen und spielerischen Seite der Mathematik

Beispiele:

- an der „Eleganz“ logischer Ableitungen für interessante Sätze
(z.B. Primzahlsatz des Euklid, Satz des Pythagoras, Satz des Thales ...)
- an der fachlichen Systematik
(z.B. „Haus der Vierecke“)
- an der „Schönheit“ geometrischer Figuren
(z.B. Ornamente, Parkettierungen)
- an Denksportaufgaben
(z.B. Sudoku)
- ...

Zielsetzungen des Mathematikunterrichts

Eine weitere Möglichkeit der Klassifizierung:



nach Verhaltensdimensionen (Lernzielbereichen)



Beispiele:

- Der Schüler soll *wissen*, was ein Quadrat ist.
- Der Schüler soll *bereit* sein, Aufgabenlösungen durch eine Probe zu kontrollieren.
- Der Schüler soll mit dem Zirkel sachgerecht *umgehen können*.

Zur Auswahl mathematischer Unterrichtsinhalte:

- Welche Ziele sind vorrangig?
- Welche Teilziele sind aus übergeordneten Zielen abzuleiten?
- Welche Stoffe tragen in welchem Umfang zu welchem Ziel bei?
- Mit welchem Unterrichtsverfahren haben sich die Stoffe dabei zweckmäßiger Weise zu verbinden?
- Welche Zeit ist für die einzelnen Stoffe vorzusehen?
- Woran erkenne ich, dass ein Ziel erreicht wurde?