

STUDIEN

Effiziente Algorithmen

für Studenten der Mathematik und Informatik
an der Freien Universität Berlin

Semesterheft Winter 2005/06

STUDIENHEFT
EFFIZIENTE ALGORITHMEN

Allgemeines

Das Gebiet *Effiziente Algorithmen* ist eines der Bindeglieder zwischen Informatik und Mathematik. Einerseits gehören Algorithmen und Datenstrukturen zum Kern der praktischen Informatik, andererseits bezieht die zugrundeliegende Theorie ihre Methoden im wesentlichen aus der diskreten Mathematik. Die Anwendungen reichen in zahlreiche Gebiete wie Computer-Grafik, Mustererkennung, Robotik, Computer Aided Design, Bioinformatik, Kartographie, Bildverarbeitung usw. Einige konkrete Beispiele werden anhand von Diplomarbeiten, Dissertationen und Projekten am Ende dieser Broschüre vorgestellt.

Das Gebiet ist an der FU durch die Arbeitsgruppe *Effiziente Algorithmen* (Professoren H. Alt, C. Knauer, G. Rote, <http://www.inf.fu-berlin.de/inst/ag-ti/>) vertreten. Auch Forschungsgruppen der anderen beiden Universitäten Berlins und des Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin arbeiten auf diesem Gebiet. Alle diese Institutionen tragen gemeinsam das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderte Europäische Graduiertenkolleg *Combinatorics, Geometry, and Computation*, das in Zusammenarbeit mit der ETH Zürich durchgeführt wird. (Siehe auch: <http://www.inf.fu-berlin.de/gk-cgc>).

Neben zahlreichen Lehrveranstaltungen werden auch andere Möglichkeiten zur Weiterbildung angeboten. So finden zum Beispiel der Berliner Algorithmen-Tag oder mehrtägige Spezialschulen regelmäßig statt.

Der Studienschwerpunkt ist ein Vorschlag zur Vertiefung in dieses Fachgebiet im Rahmen der Studiengänge Mathematik und Informatik an der Freien Universität. Zum Beispiel wird eine abgestimmte Folge von Lehrveranstaltungen von den Grundlagen bis zu den Anwendungen angeboten. Darüberhinaus sollen den Studenten die zahlreichen Angebote in dieser Richtung in Berlin besser zugänglich gemacht werden. Dazu wird diese Informationsbroschüre jedes Semester aktualisiert. Neben Vorschlägen zur Studienplanung werden hier allgemeinere Informationen zum Gebiet *Effiziente Algorithmen* zusammengefasst. Die Broschüre gibt einen Überblick über die Lehrveranstaltungen zum Gebiet – auch an den anderen Berliner Universitäten – und die Lehrveranstaltungsplanung für die folgenden Semester. Zusätzlich gibt sie Informationen zu Tagungen und ähnlichen Veranstaltungen, zu den in der Arbeitsgruppe *Effiziente Algorithmen* tätigen Mitarbeitern und ihren Arbeitsgebieten sowie zu aktuell im Fachbereich behandelten Forschungsthemen (Diplomarbeiten, Dissertationen

etc.).

Interessenten können sich im Sekretariat der Arbeitsgruppe Theoretische Informatik (Takustr. 9, Raum 111) in den Studienschwerpunkt einschreiben. Sie erhalten dann regelmäßig das Semesterheft und werden laufend über Veranstaltungen wie etwa Vorträge, Spezialschulen und Tagungen informiert.

1 Vorschlag zur Studienplanung

Für die Teilnahme am Studienschwerpunkt sind gewisse Grundkenntnisse aus dem Grundstudium unerlässlich. Es wird empfohlen, Vorlesungen und Kurse zu Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitstheorie, Graphentheorie, Algorithmen und Datenstrukturen sowie Programmierung frühzeitig zu besuchen. Innerhalb des Hauptstudiums ist sowohl eine Orientierung in mathematisch-theoretischer Richtung als auch eine zu Anwendungsgebieten hin möglich. Im folgenden geben wir Empfehlungen zur Organisation des Studiums für beide Richtungen. Natürlich sind auch Mischformen und eine andere Organisation möglich.

Die Angebote des Hauptstudiums werden im Studienschwerpunkt mit einem Kürzel ([EA 1,2] Entwurf und Analyse von Algorithmen, [ADM] Angewandte Diskrete Mathematik, [ANW] Anwendungen, [PR] Praktikum) gekennzeichnet. Das Kürzel zeigt an, für welche Phase des Studiums die Veranstaltungen geeignet sind. Der Vorschlag sollte individuell durch begleitende Lehrveranstaltungen aus Mathematik und Informatik ergänzt werden.

Vertiefung in theoretischer Richtung.

- [EA1] (3V + 2 Ü) im 5. Semester
Entwurf und Analyse von Algorithmen.
 - [EA2] (3V + 2 Ü) im 6. Semester
Themenbeispiele: *Algorithmische Geometrie* oder *Graphenalgorithmen* oder *Optimierung* oder *Parallele Algorithmen* oder ...
 - [ADM] Zumindest eine Vorlesung und ein Seminar im 7. & 8. Semester.
Themenbeispiele: *Polytope* oder *Pattern Matching* oder *Randomisierte Algorithmen* oder *Graphenalgorithmen* oder ...
- * anschließend *Diplomarbeit.*

Vertiefung in anwendungsbezogener Richtung.

- [EA1] (3V + 2 Ü) im 5. Semester
Entwurf und Analyse von Algorithmen.
- [EA2] (3V + 2 Ü) im 6. Semester
Themenbeispiele: *Algorithmische Geometrie* oder *Graphenalgorithmen* oder *Optimierung* oder *Parallele Algorithmen* oder ...
- [ANW] Zumindest eine Vorlesung und ein Seminar im 7. & 8. Semester.
Themenbeispiele aus den Anwendungsgebieten: *Mustererkennung* oder *Computer-Grafik* oder *Computer Aided Design* oder *Robotik* oder *Bildverarbeitung* oder *Bioinformatik* oder ...
- [PR] (4 PR) Praktikum im 8. Semester.
★ anschließend *Diplomarbeit.*

Entsprechend den vorgehenden Vorschlägen sollen Zyklen von einander ergänzenden Veranstaltungen angeboten werden. Am Beginn jedes Zyklus werden den behandelten Themen Kürzel zugewiesen und der Plan im Semesterheft angekündigt.

Übersicht über die Veranstaltungen dieses Semesters

In diesem Wintersemester wird die grundlegende Vorlesung *Entwurf und Analyse von Algorithmen* angeboten, die Voraussetzung für jegliche weitere Arbeit im Studienschwerpunkt ist.

Die Vorlesung *Datenstrukturen* ist eine Fortsetzung und Ergänzung der Vorlesung *Entwurf und Analyse von Algorithmen* und bietet anhand von ausgewählten Themen einen Einblick in moderne Datenstrukturen und ihre Analyse.

Die Vorlesung *Darstellung und Einbettung von Graphen* ist mehr mathematisch orientiert und beschäftigt sich mit geometrischen Aspekten der Graphentheorie, etwa mit der Frage wie man einen Graphen in der Ebene zeichnet oder auf eine andere Art darstellen kann.

Im *Seminar über Algorithmen* werden geometrische Approximationsalgorithmen und Algorithmen für große Datenströme als spezielle Kapitel der Algorithmentheorie vorgestellt, und im *Praktikum Effiziente Algorithmen: Algorithmen*

zum *Schneiden und Falten* sollen Verfahren aus dem Gebiet der effizienten Algorithmen implementiert und damit experimentiert werden; dabei geht es um Algorithmen zum Falten/Entfalten und zum Schneiden von Papier.

Realisierung im Studienplan.

Die Realisierung innerhalb der bestehenden Studiengänge wird für Mathematik und Informatik getrennt behandelt.

Diplomstudiengang Mathematik.

Bei Teilnahme am Studienschwerpunkt wird Studenten der Mathematik die Belegung des Nebenfachs Informatik empfohlen.

- **Grundstudium.**

Auf jeden Fall sollte die *Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie* besucht werden. Ein *Programmierkurs* ist Pflicht im Grundstudium. Die Vorlesungen *Informatik A* und *B* sind Teil der Nebenfachausbildung. Grundkenntnisse in diskreter Mathematik können durch einen möglichst frühen Besuch von *Kombinatorik* oder *Graphentheorie* erworben werden.

- **Hauptstudium.**

[EA1] Anrechnung in A (Angew. Mathematik).

[EA2] & [ADM] Anrechnung in B (Einarbeitung in Spezialgebiet).

[ANW] & [PR] Anrechnung im Nebenfach Informatik.

Seminare: Anrechnung im Rahmen der mindestens 2 Seminare.

Bei der Diplomprüfung aus Angew. Mathematik wird neben Algorithmentheorie auch ein weiteres Gebiet (Wahrscheinlichkeitstheorie oder Numerik) geprüft.

Diplomstudiengang Informatik.

- Grundstudium.
Die Grundkenntnisse werden durch die Lehrveranstaltungen *Algorithmen und Programmierung* und *Mathematik für Informatiker* abgedeckt.
- Hauptstudium.
[EA1] & [EA2] Anrechnung in Theoretische Informatik.
[ADM] & [ANW] & [PR] Anrechnung im Rahmen der 14 SWS im Studienschwerpunkt.
Seminare: Anrechnung im Rahmen der mindestens 2 Seminare.

2 Lehrveranstaltungen im Winter 2005/06

Vorlesungen

Datenstrukturen (Algorithmen für Fortgeschrittene)

Dozent: Knauer; Vorlesungszeit: Mo 10–12 Uhr, Fr 10–12, 4-stündig.

Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 051.

Übungen Schulz, 2-stündig, Termin nach Vereinbarung.

Beginn: 17.10.2005

INHALT: Diese Veranstaltung ist eine Fortsetzung und Ergänzung der Vorlesung “Entwurf und Analyse von Algorithmen”. Die Vorlesung bietet anhand von ausgewählten Themen einen Einblick in moderne Datenstrukturen und ihre Analyse. Der Schwerpunkt liegt dabei auf komplexeren Strukturen und Methoden die in der Vorlesung “Entwurf und Analyse von Algorithmen” aus Zeitmangel nicht behandelt werden können. Unter anderem werden folgende Themen in der Vorlesung behandelt: optimale Union-Find-Strukturen, selbstorganisierende Datenstrukturen (Splay Trees), randomisierte Datenstrukturen (Treaps, Skip-Listen), Dynamisierung von Datenstrukturen, Datenstrukturen im Externspeicher, geometrische Datenstrukturen, fractional cascading.

Literatur: “Introduction to algorithms”, von Cormen, Leiserson, Rivest, (Stein) “Data structures and algorithms 1-3”, von Mehlhorn und vorwiegend Originalliteratur

Darstellung und Einbettung von Graphen

[ADM]

Dozent: Rote, Felsner; Vorlesungszeit: zweiwöchige Blockveranstaltung.

Veranstaltungsort: Teilweise Takustraße 9, SR 051, teilweise Technische Universität, Mathematikgebäude, Straße des 17. Juni 136.

Übungen Rote, Felsner, 2-stündig

Beginn: voraussichtlich 20.03.2006 bis 31.03.2006

Die Veranstaltung wird voraussichtlich auf Englisch abgehalten

INHALT: Wie kann man einen Graphen in der Ebene zeichnen oder auf eine andere Art darstellen? Schnyder-Wälder, Tutte-Einbettungen, die Maxwell-Cremona-Korrespondenz, Gebirge, Polyeder, Stabwerke, Pseudotriangulierungen, reziproke Graphen.

Entwurf und Analyse von Algorithmen**[EA1]**

Dozent: Rote; Vorlesungszeit: Di 10–12 Uhr, Fr 12–14, 4-stündig.

Veranstaltungsort: Takustraße 9, HS.

Übungen Lenz, Scholz, 2-stündig.

Beginn: 18.10.2005

INHALT: Der Entwurf von Algorithmen bildet einen Kernbereich der Informatik. Diese Vorlesung ist eine einführende Veranstaltung zur Algorithmik und Grundlage für die meisten anderen Veranstaltungen in der Theoretischen Informatik. Inhalt ist der Entwurf und die Analyse von Algorithmen und Datenstrukturen für viele grundlegende Probleme wie Suchen, Sortieren, Graphenprobleme, Arithmetik, geometrische Probleme usw.

Literatur: Cormen, Leiserson, Rivest Introduction to Algorithms MIT Press, ISBN 0262031418

Seminare, Praktika und sonstige Veranstaltungen**Seminar über Algorithmen****[EA2]**

Dozent: Rote; Vorlesungszeit: Do 16–18 Uhr, 2-stündig.

Veranstaltungsort: Takustr. 9, SR 055.

Beginn: Vorbesprechung 20.10.2005

INHALT: Das Seminar hat zwei Schwerpunkte: Geometrische Approximationsalgorithmen und Algorithmen für große Datenströme.

Weitere Informationen und Themen der Vorträge finden Sie unter:

<http://www.inf.fu-berlin.de/lehre/WS05/Seminar-Algorithmen/>

Literatur: S. Muthu Muthukrishnan. Datastreams: Algorithms and applications. Rutgers University Technical Report, <http://athos.rutgers.edu/~muthu/stream-1-1.ps>, 30 Seiten, 2003

Diplmanden- und Doktorandenseminar**[EA2]**

Dozent: Knauer, Kriegel, Rote; Vorlesungszeit: Di, Do, Fr 12–13 Uhr, 3-stündig.

Veranstaltungsort: Takustraße 9, SR 055.

INHALT: Vorträge über eigene Forschung und Originalarbeiten aus der Theo-

retischen Informatik, insbesondere Algorithmen. Die Ankündigungen werden jeweils gesondert gegenüber Raum 111 in der Takustraße 9 ausgehängt.

Proseminar Theoretische Informatik [Grundstudium]

Dozent: Knauer; Vorlesungszeit: Mo 14–16 Uhr, 2-stündig.

Veranstaltungsort: Takustr. 9, SR 051.

Beginn: 24.10.2005

INHALT: Das Proseminar baut auf der Vorlesung 'Grundlagen der theoretischen Informatik' aus dem Sommersemester auf und behandelt fortgeschrittenere Themen der theoretischen Informatik.

Literatur: Wegener, Theoretische Informatik - eine algorithmische Einführung, Teubner 1993

Wegener, Kompendium theoretische Informatik - eine Ideensammlung, Teubner 1996.

Schöning, Theoretische Informatik - kurzgefasst, Teubner 1991.

Schöning, Perlen der Theoretischen Informatik, BI Wissenschaftsverlag 1995.

Praktikum Effiziente Algorithmen: Algorithmen zum Schneiden und Falten [ANW]

Dozent: Rote; Vorlesungszeit: Di 16–19 Uhr, 3-stündig.

Beginn: Vorbesprechung 25.10.2005

INHALT: In Arbeitsgruppen sollen Verfahren aus dem Gebiet der effizienten Algorithmen implementiert und damit experimentiert werden. In diesem Semester geht es um Algorithmen zum Falten/Entfalten und zum Schneiden von Papier. Eventuell ergibt sich aus den Projekten etwas Schönes, was man der Öffentlichkeit bei einer passenden Gelegenheit, zum Beispiel bei der langen Nacht der Wissenschaften, präsentieren kann. Eine Ausweitung der Projekte in Studien- oder Diplomarbeiten ist möglich.

Weitere Informationen und Themen der Vorträge finden Sie unter:

<http://www.inf.fu-berlin.de/lehre/WS05/Schneiden-und-Falten/>

Literatur: Erik Demaine, J. O'Rourke: A Survey of Folding and Unfolding in Computational Geometry.

**Vorlesung des Europäischen Graduiertenkollegs
*Combinatorics, Geometry and Computation***

[ADM]

Dozent: Alt, Rote u. Doz. des Kollegs; Vorlesungszeit: Mo 14–16 Uhr, 2-stündig.

Veranstaltungsort: abwechselnd FU (Seminarraum 005), HU, TU, ZIB.

INHALT: Die Dozenten und Gäste des Kollegs halten einführende Vorlesungen (in Blöcken von etwa 2–4 Stunden) zu speziellen Themen des Kollegs. Dazu gehören insbesondere algorithmische und diskrete Geometrie, algorithmische Kombinatorik, Codierungstheorie, Graphentheorie und Graphenalgorithmen, Gruppentheorie, kombinatorische Optimierung, konstruktive Approximation, Mustererkennung und zufällige diskrete Strukturen. Die Themen sowie die Veranstaltungsorte der Vorlesungen werden auch neben Raum 111 in der Takustraße 9 ausgehängt. (Interessenten können sich bei der Koordinatorin des Kollegs, Frau A. Hoffkamp, auf einen Verteiler für das Verschicken der Ankündigungen setzen lassen.)

**Kolloquium des Europäischen Graduiertenkollegs
*Combinatorics, Geometry, and Computation***

[ADM]

Dozent: Alt u. Doz. des Kollegs; Vorlesungszeit: Mo 16–18 Uhr, 2stündig.

Veranstaltungsort: abwechselnd FU (Seminarraum 005), HU, TU, ZIB.

INHALT: Mitglieder und Dozenten des Kollegs sowie Gäste halten Vorträge zum Thema des Kollegs. Die einzelnen Vorträge im Kolloquium sowie die Veranstaltungsorte werden gesondert angekündigt. (Interessenten können sich bei der Koordinatorin des Kollegs, Frau A. Hoffkamp, auf einen Verteiler für das Verschicken der Ankündigungen setzen lassen.) Die Ankündigungen werden auch neben Raum 111 in der Takustraße 9 ausgehängt.

Die Vorlesungen des Graduiertenkollegs im Winter 2005/06

Die Vorlesungen des Graduiertenkollegs werden durch Aushang an den einzelnen Universitäten (Fachbereiche und Arbeitsgruppen der Dozenten), neben Raum 111 in der Takustraße 9, sowie im Internet unter:

<http://www.inf.fu-berlin.de/graduate-programs/cgc/> angekündigt.

- 24. Oktober 2005

HAROLD KUHN, Princeton University

- 31. Oktober 2005

SÁNDOR FEKETE, Technische Universität Braunschweig

- 7. November 2005

MARTIN GROHE, Humboldt-Universität zu Berlin

- 14. November 2005

Wird noch bekanntgegeben.

- 21. November 2005

SCOT DRYSDALE Dartmouth College

- 28. November 2005

THOMAS M. LIEBLING, EPFL Lausanne

- 5. Dezember 2005

RADE T. ZIVALJEVIC, Mathematics Institute SANU, Belgrade

- 12. Dezember 2005

JÖRG WILLS, Universität Siegen

- 09. Januar 2006

VAN H. VU, University of California, San Diego

- 16. Januar 2006

IGOR PAK, Massachusetts Institute of Technology

- 23. Januar 2006

THOMAS ERLEBACH, ETH Zürich

- 30. Januar 2006

EMO WELZL, ETH Zürich

- 6. Februar 2006

URI ZWICK, Tel Aviv University

- 13. Februar 2006

FRANK SOTTILE, Texas A&M University

Die Kolloquiumsvorträge des Graduiertenkollegs im Winter 2005/06

Die Kolloquien des Graduiertenkollegs werden durch Aushang an den einzelnen Universitäten (Fachbereiche und Arbeitsgruppen der Dozenten), neben Raum 111 in der Takustraße 9, sowie im Internet unter:
<http://www.inf.fu-berlin.de/graduate-programs/cgc/> angekündigt.

- 24. Oktober 2005
HUBERT CHEN, Humboldt-Universität zu Berlin
- 31. Oktober 2005
CARSTEN SCHULTZ, Technische Universität Berlin
- 7. November 2005
ALANTHA NEWMAN, Technische Universität Berlin
- 14. November 2005
DIRK SCHLATTER, Humboldt-Universität zu Berlin
- 21. November 2005
HEIKO SCHILLING, Technische Universität Berlin
- 28. November 2005
JAKOB JONSSON, Technische Universität Berlin
- 5. Dezember 2005
ALBERTO CESELLI, Université degli Studi di Milano
- 12. Dezember 2005
FLORIAN ZICKFELD, Technische Universität Berlin
- 09. Januar 2006
AMIN COJA-OGLAN, Humboldt-Universität zu Berlin
- 16. Januar 2006
JÜRGEN SCHÜTZ, Freie Universität Berlin
- 23. Januar 2006
GUIDO SCHÄFER, Technische Universität Berlin
- 30. Januar 2006
SARAH J. KAPPES, Technische Universität Berlin

- 6. Februar 2006
STEPHAN KREUTZER, Humboldt-Universität zu Berlin
- 13. Februar 2006
CORNELIA DANGELMAYR, Freie Universität Berlin

Weitere Veranstaltungen an der Freien Universität

- Fortgeschrittene mathematische Aspekte der Bioinformatik (VL); Dozenten: Reinert, Bockmayr.
- Bildgebende Verfahren in der Medizin (VL); Dozent: Braun.
- Data Warehouse / Data Mining (VL); Dozent: Lenz.
- Early Warning Systems (Blockveranstaltung) (SE); Dozentin: Voisard.
- Netzwerke (SE); Dozenten: Tolksdorf, Schild, Abuhasan, Handt.

3 Bachelorarbeiten, Diplomarbeiten, Dissertationen, Projekte

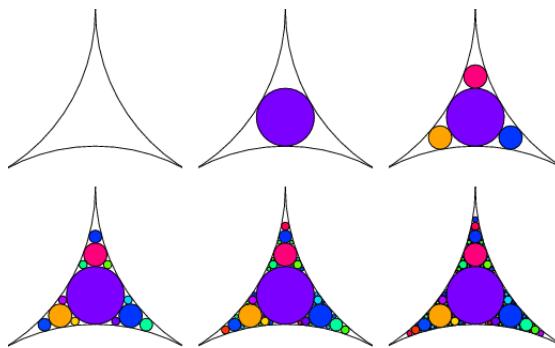
Die von der Arbeitsgruppe Theoretische Informatik behandelten Forschungsthemen werden an Bachelorarbeiten, Diplomarbeiten, Dissertationen und Projekten beispielhaft vorgestellt.

Bachelorarbeit: Überdeckung der Ebene durch Kreispackungen

Kandidat: *Leszek Mysliwiec*, Betreuer: *Günter Rote*

Mit einer Menge von disjunkten Kreisen kann man die Ebene nicht vollständig ausfüllen, selbst wenn man unendlich viele Kreise verwendet (siehe Abbildung). Selbst wenn man alle Kreise um den Faktor 1.00001 von ihrem Mittelpunkt aus aufbläst, wird die Ebene nicht überdeckt (es sei denn, die Packung enthält unbeschränkt große Kreise). In dieser Arbeit sollen die Parameter des Beweises dieser Aussagesorgfältig eingestellt werden, damit der Vergrößerungsfaktor größer wird, wobei der Beweis immer noch funktionieren und vielleicht sogar noch einfacher werden soll.

Diese Untersuchungen spielen eine Rolle beim Entwurf von guten Verbindungsnetzen in der Ebene, bei denen der “Umweg” zwischen zwei beliebigen Punkten des Netzes, bezogen auf die Luftlinie, nicht zu groß werden soll.



Diplomarbeit: Sichtbarkeit in Terrains

Diplomand: *Fabian Stehn*, Betreuer: *Christian Knauer*

Ziel der Diplomarbeit ist die Konzeption und Implementierung eines Rahmenwerks zur dreidimensionalen Visualisierung von Algorithmen der algorithmischen Geometrie. Ferner soll in diesem Rahmenwerk ein Algorithmus implementiert werden, der die Beleuchtung von Terrains durch streckenförmige Lichtquellen berechnet.

Schwerpunkt bei der Konzeption des Rahmenwerkes wird auf eine benutzerfreundliche Benutzungsschnittstelle gelegt, die es ermöglichen soll Objekte wie Punkte, Geraden, Strecken, Ebenen, Flächen, und Polygone möglichst intuitiv im \mathbb{R}^3 anzuordnen und zu orientieren.

Gegeben eine streckenförmige Lichtquelle und ein Terrain, sollen die Bereiche des Terrains beleuchtet werden, die von der Lichtquelle aus beleuchtet werden:

Eingabe Ein Terrain T und eine Strecke s im \mathbb{R}^3

Ausgabe Eine Partition (T_h, T_d) von T für die gilt:

1. $\forall t \in T_h : t \subset T \wedge t$ ist von s aus sichtbar
2. $\forall t \in T_d : t \subset T \wedge t$ ist von s aus nicht sichtbar
3. $T_h \cap T_d = \emptyset \wedge T_h \cup T_d = T$

Ein Polyeder T ist zu einem Vektor v ein Terrain, wenn die orthogonale Projektion von T auf eine zu v orthogonale Ebene E injektiv ist.

Ein Terrain T ist von einer Strecke s aus sichtbar, wenn $\forall p \in T : \exists q \in s :$ die Strecke von p nach q wird durch kein Element des Arrangements geschnitten.

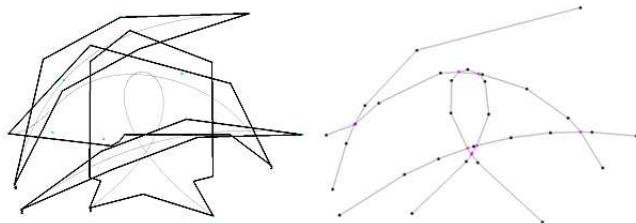
Diplomarbeit: Kontrollpolygone als geometrische Filter

Diplomandin: *Kathrin Holweger*, Betreuer: *Christian Knauer*

Die Berechnung planarer Arrangements hat grosse Bedeutung in der Computergeometrie. Diese Arbeit widmet sich speziell dem Arrangement von Bezier-Kurven. Die Schnittpunktberechnung, welche das wesentliche Problem der Konstruktion des Arrangements darstellt, ist für Kurven mathematisch sehr aufwendig. Aus diesem Grund wird durch einen Filterprozess versucht, möglichst

viel Information über die Lage der Kurven untereinander zu erhalten, ohne die Kurven selbst in Berechnungen einzubeziehen. Hierzu werden die Kurven ersetzt durch Polygone - bezeichnet als Envelopes - die die jeweilige Kurve möglichst eng umschließen. Dafür wird auf eine Schranke zurückgegriffen, die von Lutterkort et al. hergeleitet wurde.

Das Arrangement der Envelopes wird analysiert, wobei der Aufbau der einzelnen entstandenen Flächen betrachtet wird und daraus Schlussfolgerungen über mögliche, tatsächliche oder keine darin vorliegenden Schnitte gezogen werden. Verfeinerungen können mit Hilfe von Subdivision erreicht werden, woraus engere Envelopes resultieren und die aus dem Arrangement gewonnene Information genauer wird. Diese Verfeinerung kann bis zu einer beliebigen Genauigkeit wiederholt werden. Eventuell übrig bleibende mögliche Schnittpunkte können einer exakten Kurvenschnittpunktberechnung übergeben werden, welche durch die Einschränkung des Schnittpunktes auf ein beliebig kleines Intervall vergleichsweise effizient erfolgen kann. Das Ergebnis ist schließlich ein Arrangement Graph der Kurven, welcher auf den in der Filterung identifizierten Schnittpunkten basiert.



Diplomarbeit: Phantom-basierte Navigation in Intra-operativ akquirierten Fluoroskopiebildern

Diplomand: *Robert Günzler*, Betreuer: *Christian Knauer*

Die Fluoroskopie ist ein digitales Röntgenverfahren und schon seit langem als intraoperatives bildgebendes Verfahren etabliert. Die Bestimmung der Lage von chirurgischen Instrumenten zu den anatomischen Strukturen des Patienten ist meist nur anhand der Fluoroskopiebilder exakt möglich. Dazu ist aber stets die Durchleuchtung des Patienten notwendig. Der Nachteil der sich daraus ergibt, ist die mit jeder Bildakquise einhergehende Röntgenstrahlenbelastung

für den Patienten und den Operateur. Es ist deshalb erstrebenswert, die Durchleuchtungszeit auf ein Minimum zu reduzieren ohne den Operateur in seinen Möglichkeiten einzuschränken.

Dazu werden mit Hilfe eines optischen Trackingsystems, die Positionen und Orientierungen der chirurgischen Instrumente zum Patienten während der gesamten OP erfasst. Wenn es nun möglich ist, den Strahlengang der bilderzeugenden Röntgenstrahlen zum Zeitpunkt der Bildakquise exakt zum Patienten zu bestimmen, so können anschliessend die getrackten Instrumente durch diesen projiziert und in die Bilddaten eingeblendet werden. Eine stetige Lagekontrolle der Instrumente anhand der Bilddaten ohne weitere Durchleuchtung des Patienten wäre dann möglich.

Ziel dieser Arbeit ist die Bestimmung einer Registrierung zwischen dem Patienten und den Bilddaten. Dazu wird ein Phantom, bestehend aus einer festen, drei dimensionalen Anordnung von Stahlkugeln, benutzt. Die Lage des Phantoms und damit aller Stahlkugeln zum Patienten wird mit Hilfe des Trackingsystem bestimmt. Während der Bildakquise befindet sich das Phantom dann im Strahlengang. Dadurch sind die Stahlkugeln als schwarze Projektionen innerhalb des Bildes erkennbar. Diese müssen nun detektiert und anschliessend den originalen Stahlkugeln des Phantoms zugeordnet werden.

Anhand des Aufbaus des verwendeten Fluoroskopiegerätes kann nun die Strahlenquelle und die Bildebene, in der das akquirierte Fluoroskopiebild lokalisiert ist, in einem beliebigen Koordinatensystem definiert werden. Basierend auf dem so implizierten Strahlengang und den detektierten Kugelprojektionen muss nun die Lage des Phantoms im Strahlengang bestimmt werden.

Die Stahlkugeln des Phantoms, deren Lage zum Patienten durch die Einmessung bekannt ist, und die Lage der berechneten Kugeln im Strahlengang dienen nun als Basis der zu bestimmenden Registrierungstransformation. Mit dieser kann dann der Strahlengang in das Koordinatensystem, in dem die Positionsbestimmungen der Instrumente erfolgt, transformiert werden. Der transformierte Strahlengang besitzt dann exakt die Lage zum Patienten, die das Fluoroskopiegerät zum Zeitpunkt der Bildakquise eingenommen hatte.

Durch diese Registrierung können die Positionen und Orientierungen der getrackten Instrumente kontinuierlich projiziert und in den Fluoroskopiebildern visualisiert werden. Dadurch wird eine stetige Durchleuchtung des Patienten simuliert und die reale Durchleuchtungszeit und die damit verbundene Strah-

lenbelastung auf ein Minimum reduziert.

Diplomarbeit: Planare Graphen kleiner Dilatation

Diplomandin: *Sophie Jeschke*, Betreuer: *Christian Knauer*

Zwischen zwei Punkten in der Ebene ist die Strecke durch die beiden Punkte bekanntlich die kürzeste Verbindung. In einem Graphen G der kreuzungsfrei in die Ebene eingebettet ist kann man zwischen je zwei Knoten u und v den Graphabstand $d_G(u, v)$ als die kleinste euklidische Länge der Wege in G definieren, die u und v verbinden. Um herauszufinden, wie sehr der Graphabstand vom euklidischen Abstand abweicht und damit die Güte eines beliebigen Graphen G zu messen, definiert man die Dilatation $\delta(G) := \max_{u,v \in G} \frac{d_G(u,v)}{|uv|}$, wobei $|.|$ der euklidische Abstand ist.

Graphen, deren Knoten alle miteinander verbunden sind (wobei gerade Verbindungslien angenommen werden), haben Dilatation 1, sind aber im allgemeinen nicht planar. In dieser Diplomarbeit soll die Struktur von planaren Graphen mit kleiner Dilatation untersucht werden. Insbesondere konzentrieren wir uns dabei auf einfache Graphklassen wie Pfade und Bäume.

Diplomarbeit: Algorithmen zur Berechnung der Earth-Mover's Distanz

Diplomandin: *Yvonne Schindler*, Betreuer: *Christian Knauer*

Der Earth Mover's Distance ist ein Abstandsmaß zwischen zwei gewichteten Punktmengen. Man kann sich die Punktmengen als Erdhaufen und -löcher vorstellen, wobei die gesamte Erde der Haufen in die Löcher verschoben werden soll und dabei so wenig Energie (Weg \times Gewicht) wie möglich verbraucht werden soll.

Der EMD kann über verschiedene Wege berechnet werden. Bisher gibt es nur eine ineffiziente Implementierung. In dieser Arbeit sollen weitere Varianten und eine Approximation mit Hilfe von $1 + \epsilon$ -Spanner implementiert und verglichen werden.

Die Anwendung der EMD-Implementierungen wird ein weiterer Aspekt dieser Arbeit sein. Algorithmen, die diese Punktmengen mit starren Bewegungen,

d.h. Translation, Rotation oder Kombination von beiden, verschieben, so dass der EMD minimal wird, sind ein Beispiel dafür. Auch aus der Praxis kann man sich Anwendungen vorstellen, für die der EMD recht geeignet ist, z.B. Mustererkennung oder auch Handschrifterkennung. Verschiedene Ausschnitte sollten ähnlich aussehen und daher sollte auch der EMD sehr klein sein.

Dissertation: Complex Tracing

Doktorandin: *Britta Broser*, Betreuer: *Helmut Alt, Ulrich Kortenkamp*

Hinter den Kulissen der Geometriesoftware *Cinderella* verbirgt sich eine elegante mathematische Theorie, die sich aus verschiedenen Bereichen zusammensetzt. Aus ihr ergeben sich Fragen zwischen Komplexitätstheorie und Geometrie, die zum Teil noch ungelöst sind.

In *Cinderella* werden geometrische Konstruktionen durch geometrische Straight-Line Programme (GSP) repräsentiert. Diese setzen sich aus freien Punkten und abhängigen Elementen wie z. B.

- der Verbindungsgeraden zweier verschiedener Punkte,
- dem Schnittpunkt zweier verschiedener Geraden,
- einer der beiden Winkelhalbierenden zweier Geraden,
- einer der höchstens zwei Schnittpunkte einer Geraden mit einem Kreis

zusammen. Eine Instanz eines GSP ist eine Zuweisung von festen Werten zu allen freien Punkten und Wahlen. Ein GSP entspricht also einer formalen Konstruktionsbeschreibung und eine Instanz einer konkreten Zeichnung in der Ebene.

Beispiel für ein GSP:

```

A ← FREE      \\ A ist ein freier Punkt.
B ← FREE      \\ B ist ein freier Punkt.
C ← FREE      \\ C ist ein freier Punkt.
p ← JOIN(A,B) \\ p ist die Gerade durch A und B.
q ← JOIN(A,c) \\ q ist die Gerade durch A und C.
r ← BISECT(p,q) \\ r ist Winkelhalbierende von p und q.

```

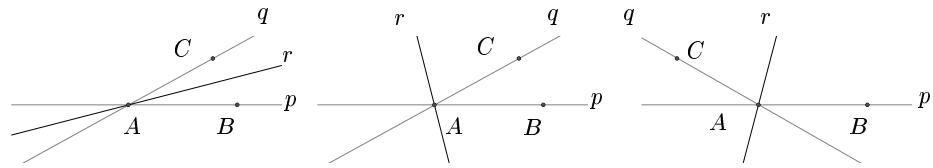


Abbildung 1: Drei verschiedene Instanzen des GSPs aus dem Beispiel

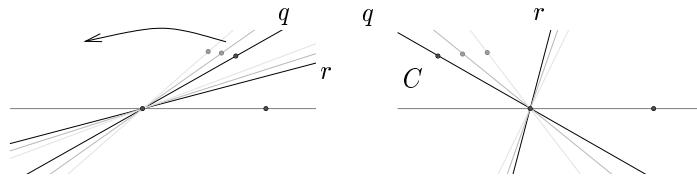


Abbildung 2: Die linke Instanz aus Abb. 1 kann „stetig“ in die rechte überführt werden.

Abbildung 1 zeigt drei Instanzen dieses GSPs. Man sieht leicht, daß die linke Instanz „stetig“ in die rechte überführt werden kann (s. Abb. 2). Im allgemeinen ist es jedoch nicht immer möglich, eine vorgegebene Instanz „stetig“ in eine weitere vorgegebene Instanz zu überführen. In [1] wird gezeigt, daß das sogenannte „Reachability Problem“ NP-schwer ist.

Die Komplexität des selben Problems im Komplexen (d.h. die Koordinaten der freien Punkte und der abhängigen Elemente dürfen Werte aus \mathbb{C} annehmen) ist hingegen noch unbekannt.

Ein weiteres Problem ist das „Tracing Problem“, das mit dem Reachability Problem verwandt ist. Hier liegt die gleiche Situation vor: In [1] wird gezeigt, daß es im Reellen NP-schwer ist, und die Komplexität im Komplexen ist unbekannt. Das sogenannte „Complex Tracing“ könnte z.B. für das automatische Beweisen oder das Umgehen von Singularitäten in *Cinderella* verwendet werden.

Literatur: J. Richter-Gebert, U. Kortenkamp, *Complexity Issues in Dynamic Geometry*, Proceedings of the Smale Fest 2000, 2001.

Dissertation: Datenstrukturen zum Auffinden von Formen

Doktorand: *Lutz Meißner*, Betreuer: *Helmut Alt*.

Die Menge aller Polygonzüge in der Ebene wird, etwa durch den Hausdorff- oder den Fréchet-Abstand, zu einem metrischen Raum. Von besonderem Interesse sind die Räume, bei denen zur Abstandsmessung die einzelnen Polygonzüge “verschoben” werden können:

$$\delta(P, Q) = \min_{t \in \mathbf{R}^2} \tilde{\delta}(P, Q + t)$$

Es läßt sich nun, bei gegebenen Polygonzügen P_1, P_2, \dots, P_n , die Frage stellen, welches dieser P_i einem weiteren Polygonzug P am “ähnlichsten” ist:

$$\text{NN}(P) = \{P_i | \delta(P, P_i) \leq \delta(P, P_j) \text{ für } j = 1, \dots, n\}$$

Gesucht ist also der nächste Nachbar (oder die nächsten Nachbarn) von P . Ist man nicht nur an der Bestimmung des nächsten Nachbarn eines, sondern vieler Polygonzüge interessiert, ist es sinnvoll, P_1, P_2, \dots, P_n in einer Datenstruktur zusammenzufassen, um eine effiziente Abfrage zu ermöglichen. Aber wie muß diese Datenstruktur aussehen?

Für die Nächste-Nachbar-Suche von Punkten im \mathbf{R}^d sind effiziente Datenstrukturen bekannt. Diese nutzen jedoch Eigenschaften, etwa die endliche Dimensionalität oder die Vektorraum-Eigenschaften, aus, die bei den Polygonzügen nicht vorhanden sind.

Bei den bekannten Methoden in allgemeinen “großen metrischen Räumen” werden Voraussetzungen sowohl an die zugrundeliegende Metrik als auch an die Verteilung der Datenmenge gestellt, die hier nicht oder nur bedingt zutreffen. Weiter gibt es kaum Aussagen zu den erwarteten Laufzeiten.

Die Berechnung des Abstands zweier Polygonzüge ist zeitaufwendig. Es stellt sich die Frage, ob zur Bestimmung von $\text{NN}(P)$ tatsächlich P mit einzelnen P_i verglichen werden muß, oder ob ein effizienteres Vorgehen möglich ist. Obwohl zunächst die theoretischen Aspekte untersucht werden, wird auch an die Implementierung von entwickelten Ansätzen gedacht.

Dissertation: Topologie von Konturen d–dimensionaler Funktionen

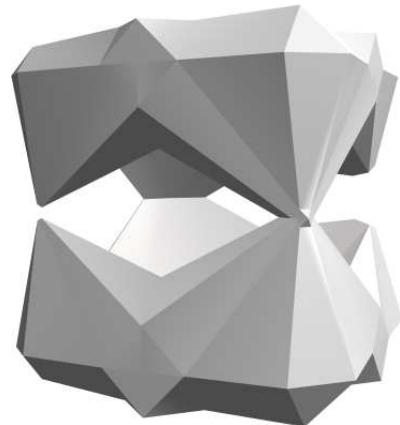
Doktorand: *Tobias Lenz*, Betreuer: *Günter Rote*

In vielen wissenschaftlichen Gebieten spielt die Visualisierung von Daten eine zunehmende Rolle. Dabei werden Werte an sehr vielen fixen Positionen gemessen, z.B. die Höhe über dem Meeresspiegel für einen bestimmten Landstrich, aus dem Körper austretende elektromagnetische Wellen in einem Kernspinresonanztomographen oder Hitze in einer Brennkammer. Die Daten liegen als Paare von Punkten in einer bestimmten Dimension und den dazugehörigen Messwerten vor und ihre Anzahl kann bei sehr detaillierten Messungen durchaus Größenordnungen von einigen Millionen annehmen.

Derartige Datenmengen können nicht in Echtzeit durchsucht werden, so dass man geeignete Datenstrukturen verwenden muss, um effizient bestimmte Teilmengen zu erhalten. Eine wichtige Teilmenge ist hierbei die Menge aller Punkte, die einen bestimmten Wert haben — so genannte Isolinien bzw. Isoflächen oder auch Konturen.

Untersucht man eine solche Kontur, so stellt sich diese sehr vielgestaltig dar, kann zusammenhängend oder in viele Teile zerlegt sein, Tunnel bilden, Hohlräume einschließen und vieles mehr. Ein Beispiel für eine dreidimensionale Kontur aus einer vierdimensionalen Datenmenge ist auf dem Bild zu sehen. Diese errechnete topologische Struktur liefert in Form der so genannten Betti-Zahlen eine sinnvolle Gruppierung der Objekte.

Bei praktischen Messungen ist immer ein gewisser Fehler enthalten — auch als “Rauschen” bekannt. Dieses Rauschen kann bereits empfindlichen Einfluss auf die geschilderten topologischen Eigenschaften der Konturen haben, so dass ein Verfahren benötigt wird, um relevante Eigenschaften zu erkennen und zu extrahieren. Dieses Verfahren wird entwickelt und untersucht. In Experimenten hat sich herausgestellt, dass dieses Verfahren evtl. auch für effiziente Suchanfragen in geometrischen Datenbanken anwendbar ist.



Dissertation: Algorithmen zur Bestimmung von Symmetrien

Doktorandin: *Claudia Klost* Betreuer: *Helmut Alt*

Figuren, die für den menschlichen Betrachter ähnlich erscheinen, haben oft die gleiche Symmetriegruppe. Daher könnten Algorithmen zur Bestimmung von Symmetrien verwendet werden, um aus einer Menge von Figuren diejenigen auszusuchen, die einer gegebenen Figur ähnlich sind.

Eine Figur \mathcal{F} heißt symmetrisch, wenn es eine Transformation α gibt, die die beiden folgenden Eigenschaften hat:

1. Sie erhält Abstände: $d(P, Q) = d(\alpha(P), \alpha(Q))$, f. a. $P, Q \in \mathcal{F}$, wobei d eine Abstandsfunktion ist.
2. Sie bildet die Figur auf sich selber ab: $\alpha(\mathcal{F}) = \mathcal{F}$

Die drei folgenden Transformationen erfüllen die oben genannten Eigenschaften und werden daher für die Charakterisierung verschiedener Symmetriegruppen verwendet:

1. Spiegelungen
2. Rotationen
3. Translationen

Eine Figur, die rotations- oder spiegelsymmetrisch ist, ist endlich. Im Gegensatz dazu muss eine Figur, die translationssymmetrisch ist immer unendlich sein.

Eine Figur, die nur rotationssymmetrisch ist, hat die Symmetriegruppe C_n , mit $n = \frac{2\pi}{\theta}$ und θ ist der Rotationswinkel. Ist eine Figur sowohl rotations- als auch spiegelsymmetrisch, wird die Symmetriegruppe mit D_n bezeichnet.

Bei den unendlichen Figuren unterscheidet man zwischen zwei Klassen von unendlichen Figuren: Einerseits werden die Figuren betrachtet, die nur Translationen in eine Richtung, andererseits solche, die Translationen in zwei Richtungen beinhalten.

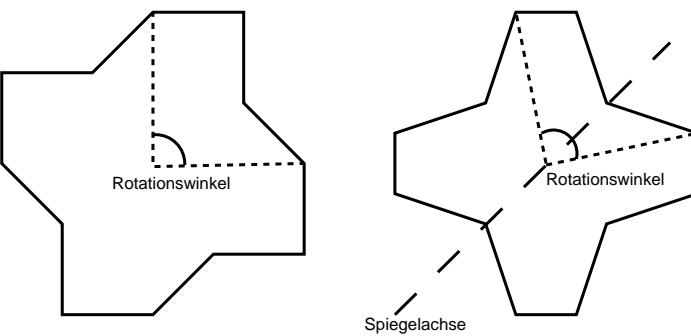


Abbildung 1: Symmetriegruppe C_4 (links) bzw. D_4 (rechts)

Die Symmetriegruppen der ersten Klasse von unendlichen Figuren sind die Friesgruppen (frieze groups). Es gibt sieben verschiedene Friesgruppen, je nachdem, welche weiteren Symmetrien das Grundmuster der Friesgruppe aufweist.

Die Tapetenmustergruppen (wallpaper groups) bezeichnen die Symmetriegruppen der zweiten Klasse von unendlichen Figuren. Es gibt siebzehn verschiedene Tapetenmustergruppen.

Wird der Rand einer rotationssymmetrischen Figur mit Symmetriegruppe C_n in gleichmäßigen Winkelabständen um den Schwerpunkt der Figur abgetastet, so ergibt sich eine Funktion mit Periode n . Diese Funktion kann mit Hilfe der diskreten Fouriertransformation analysiert werden, und auf Grund dieser Ergebnisse können Rückschlüsse auf die Symmetriegruppe der Figur gezogen werden.

Es stellt sich nun die Frage, in wie weit dieser Ansatz auch auf Figuren ausgeweitet werden kann, die eine der Fries- bzw. Tapetenmustergruppen als Symmetriegruppe haben.

Dissertation: Vergleich von Bildern und Konturen mit Hilfe von Referenzpunkten

Doktorand: *Oliver Klein* Betreuer: *Günter Rote*

Der Vergleich von Bildern und Konturen ist in vielen Anwendungen von grundlegender Bedeutung. Sei zu einer gegebenen Menge von Bildern oder Konturen $\mathcal{K} \subset \mathbb{R}^d$ ein Abstandsmaß $\delta : \mathcal{K} \times \mathcal{K} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ definiert. In den betreffenden An-

wendungen ist es meist notwendig, den Abstand der Bilder nicht nur in einer fixierten Lage zu berechnen, sondern auch Transformationen von mindestens einem der beiden Bilder zuzulassen. Eine Transformation kann dabei zum Beispiel eine Verschiebung, eine Kongruenzabbildung, d.h. Verschiebung und Drehung, oder aber auch eine Ähnlichkeitsabbildung, d.h. eine Kongruenzabbildung in Verbindung mit einer Skalierung, sein. Wir sind nun an dem minimalen Abstand interessiert, der erreicht werden kann, falls eins der beiden Bilder beliebig innerhalb der entsprechenden Transformationsklasse \mathcal{T} verändert werden darf.

Da die Berechnung dieses minimalen Abstands in den meisten Fällen sehr aufwendig ist, beschäftigen wir uns mit der Approximation der Abstände mit Hilfe von δ -Referenzpunkten. Ein δ -Referenzpunkt ist dabei eine Lipschitzstetige Funktion $r : \mathcal{K} \rightarrow \mathbb{R}^d$ die mit den Transformationen in \mathcal{T} vertauschbar ist, genauer:

1. $\forall A \in \mathcal{K} \quad \forall T \in \mathcal{T} : r(T(A)) = T(r(A))$
2. $\forall A, B \in \mathcal{K} : \|r(A) - r(B)\| \leq c \cdot \delta(A, B)$

Durch die verwendete Funktion $\|\cdot\| : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ sei hier ein Abstandsmaß auf \mathbb{R}^d beschrieben. In diesem Zusammenhang wird die Lipschitzkonstante c als Qualität des Referenzpunktes bezeichnet.

Wir beschäftigen und derzeit mit dem Auffinden von Referenzpunkten für verschiedene Mengen von Bildern und Konturen \mathcal{K} und Abstandsmaßen δ . Eine weitere Aufgabe besteht natürlich darin, die gefundenen Referenzpunkte dazu zu benutzen, Approximationsalgorithmen zu erstellen und die Güte der Algorithmen zu analysieren. Genauer sollen diese Algorithmen schnell eine Transformation $\Phi^* \in \mathcal{T}$ finden, so dass

$$\delta(A, \Phi^*(B)) \leq \alpha \cdot \min_{\Phi \in \mathcal{T}} \delta(A, \Phi(B)), \quad (1)$$

wobei $\alpha \in \mathbb{R}^+$ eine Konstante unabhängig von der konkreten Wahl der Bilder A und B darstellt. In diesem Zusammenhang wird nun α als der Approximationsfaktor des gefundenen Algorithmus bezeichnet.

Zu einer vollständigen Analyse des oben beschriebenen Ansatzes zu einer bestimmten Klasse \mathcal{K} von Bildern gehört natürlich auch die Entscheidung, ob es bessere Algorithmen und Referenzpunkte geben kann, oder der Beweis, dass

die Qualität des gefundenen Referenzpunktes und der Approximationsfaktor des konstruierten Algorithmus optimal ist.

Dissertation: Entwurf und Analyse von Algorithmen für die stochastische Geometrie

Doktorand: *Kevin Buchin* Betreuer: *Günter Rote*

In der stochastischen Geometrie werden mathematische Modelle zur Beschreibung zufälliger geometrischer Strukturen untersucht. Algorithmen auf solchen Strukturen sollten im Mittel ein gutes Laufzeitverhalten aufweisen. Dazu müssen Eigenschaften der zufälligen Strukturen analysiert und für den Entwurf des Algorithmus genutzt werden.

Oft ergeben sich solche Strukturen als Graphen auf einer zufälligen Punktmenge in einem euklidischen Raum, beispielsweise die kürzeste Strecke durch diese Punkte oder deren Delaunay Triangulierung (Abb. 1). Insbesondere sind Algorithmen von Interesse, die diese Strukturen ausgehend von der Punktmenge finden bzw. erzeugen.

Für die Erzeugung der Delaunay Triangulierung wurde ein Algorithmus entworfen und analysiert, der lineare erwartete Laufzeit hat für Punkte, die uniform und unabhängig in einem konvexen Gebiet verteilt sind. Die Punkte werden in Runden eingefügt, wobei jedem Punkt zufällig eine Runde zugeordnet wird. Innerhalb einer Runde werden die Punkte entlang einer raumfüllenden Kurve sortiert (Abb.2).

Der Algorithmus kombiniert zwei komplementäre Einfügestrategien: Durch die zufällige Zuordnung zu Runden werden die Punkte gleichmäßig verteilt eingefügt und dadurch die Zahl der Dreiecke, die unnötig erzeugt werden, beschränkt. Die Sortierung entlang einer raumfüllenden Kurve führt dazu, dass aufeinanderfolgende Punkte nah aneinander liegen und dadurch schneller in der Delaunay Triangulierung lokalisiert werden können. Die für die Laufzeit wichtige Größe, die so beschränkt werden kann, ist die Anzahl der Schnitte zwischen der Tour durch die einzufügenden Punkte und der Delaunay Triangulierung der bereits eingefügten Punkte.

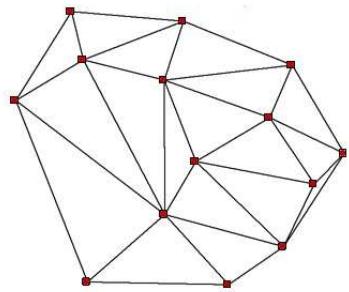


Abbildung 1: Delaunay Triangulierung von zufälligen Punkten in einem Quadrat

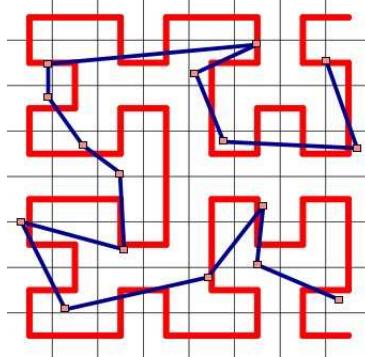


Abbildung 2: Sortierung einer Punktmenge entlang einer raumfüllenden Kurve

Dissertation: Der Fréchet-Abstand von triangulierten Flächen

Doktorandin: *Maike Buchin* Betreuer: *Helmut Alt*

Der Fréchet-Abstand ist ein Abstandsmaß für parametrisierte Kurven und Flächen, welches den Verlauf der Kurven bzw. Flächen berücksichtigt. Wir interessieren uns dabei für endlich beschreibbare Kurven und Flächen, und zwar für polygonale Kurven und triangulierte Flächen. Zur Berechnung des Fréchet-Abstands von polygonalen Kurven haben H. Alt und M. Godau einen polynomiellen Algorithmus entwickelt. Für den Fréchet-Abstand von triangulierten Flächen hat M. Godau für das Entscheidungsproblem NP-Schwerheit gezeigt. Offene Fragen sind die nach der Berechenbarkeit oder einem Approximationenalgorithmus.

mationsalgorithmus. Ein möglicher Ansatz für einen Approximationsalgorithmus ist eine diskrete Approximation. Für polygonale Kurven ist dies unter Ausnutzung der Linearität des Parameterraums möglich. Ob sich der Fréchet-Abstand für Flächen auf ähnliche Weise diskret approximieren lässt, ist eine offene Fragestellung an der wir momentan arbeiten.

Dissertation: Probabilistische Methoden zum Vergleich von Formen

Doktorandin: *Ludmila Scharf* Betreuer: *Helmut Alt*

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung neuer Methoden zum Vergleich von Formen für die Bildsuche in großen Datenbanken.

Die Form wird durch eine Menge von Polygonzügen in der Ebene modelliert. Die zulässigen Transformationen sind Translationen, starre Bewegungen (Translationen und Rotationen) und Ähnlichkeitsabbildungen (Translationen, Rotationen und Skalierungen). Die allgemeine Problemstellung ist folgende: gegeben zwei Formen A und B und die Klasse der zulässigen Transformationen, finde die Transformation, unter der B ähnelt A am meisten, wobei die Ähnlichkeit möglichst gut der menschlichen Wahrnehmung entsprechen soll.

Wenn die komplette Form B mit der kompletten Form A verglichen wird, sprechen wir von *komplett-komplett Matching*. Ferner betrachten wir das *komplett-partiell Matching*, also wenn die ganze Form B einem Teil der Form A entspricht, und *partiell-partiell Matching* wenn wir die größten Teile in den beiden Formen finden wollen, die einander ähnlich sind. Die beste Übereinstimmung ist im Fall von partiellen Matching nicht eindeutig definiert, denn es muss ein Kompromiss zwischen Genauigkeit der Übereinstimmung und Größe der übereinstimmenden Teile getroffen werden. Welches der beiden Kriterien wichtiger ist hängt von der Anwendung ab.

Die Algorithmen, die wir in dieser Arbeit entwickeln, sollen möglichst gut der menschlichen Wahrnehmung entsprechen und effizient implementierbar sein. Die vorgeschlagene Methode minimiert nicht eine bestimmte, bzw. bekannte Abstandsmetrik, sondern findet eine oder mehrere Kandidaten für Transformationen, die, wenn angewandt auf die Form B , die ähnlichen Teile der beiden Formen übereinander bringen.

Dissertation: Im Rahmen des Projektes ACS-Algorithms for Complex Shapes

Doktorandin: *Astrid Sturm* Betreuer: *Günter Rote*

In zahlreichen Anwendungen besteht die Notwendigkeit gegebene geometrische Objekte zu approximieren. Approximationen von Kurven durch stückweise lineare Kurven sind ein in der Literatur breit beschriebenes Thema. In dieser Arbeit werde ich mich mit der stückweisen Approximation von Kurven durch Kurvenstücke höherer Ordnung befassen. Auch hier findet man in der Literatur Algorithmen beschrieben, z. B. Approximation von polygonalen Kurven durch Biarcs. Eine Gemeinsamkeit aller dieser Algorithmen ist das Fehlen von Garantien, z.B. Schranken für die Anzahl der Kurvenstücke der Ergebniskurve. Zudem werde ich in dieser Arbeit versuchen, diese Lücke zu schließen. Ein weiterer Ansatzpunkt ist die Approximation von glatten Kurven durch Kurvenstücke höherer Ordnung, z.B. biarc splines oder parabolic splines. So erreicht man eine Approximation der Kurve mit weniger Kurvenstücken als bei einer stückweise linearen Approximation bei Gewährleistung der gleichen Fehlertoleranz. Hier liegen einige theoretischen Ergebnisse vor, die noch zu erweitern sind. Vor allem sind keine Algorithmen bekannt, um eine solche Approximation vorzunehmen.

Die gewonnenen Erkenntnisse in 2D möchte ich dann nutzen, um Methoden für die stückweise lineare Approximation von speziellen Klassen von Oberflächen zu entwickeln. Hiermit sind zum Beispiel konvexe Oberflächen und Oberflächen mit negativer Krümmung und beschränktem krümmungs Tensor gemeint.

Dissertation: Optimale Triangulierungen

Doktorand: *Wolfgang Mulzer* Betreuer: *Günter Rote*

Ist S eine Menge von Punkten in der Ebene, so ist eine Triangulierung T von S ein maximaler planarer geometrischer Graph mit Knotenmenge S . Im Allgemeinen existieren zu einer gegebenen Punktmenge S exponentiell viele Triangulierungen mit zum Teil sehr unterschiedlichen Eigenschaften, und das Problem, zu gegebenem S eine Triangulierung mit “möglichst guten” Eigenschaften zu berechnen, ist von großem Interesse nicht nur in der algorithmischen Geometrie, sondern auch in der Computergrafik oder der numerischen

Analysis.

Eine spezielle Art von optimalen Triangulierungen, die untersucht werden sollen, sind diejenigen Triangulierungen T , welche die optimale *graphentheoretische Dilatation* erreichen, d.h. welche den maximalen *Umweg* zwischen zwei Punkten $u, v \in S$ minimieren, wobei mit *Umweg* das Verhältnis zwischen dem kürzesten Weg in T und dem euklidischen Abstand gemeint ist. Über diese Triangulierungen ist bisher sehr wenig bekannt, und es soll untersucht werden, ob sich lokale Eigenschaften identifizieren lassen, die bei der Entwicklung von Heuristiken zu ihrer Berechnung helfen können.

Eine andere optimale Triangulierung, die betrachtet werden soll, ist die minimale Gewichtstriangulierung, welche die Summe aller Kantenlängen in T minimiert. Obwohl effiziente und in der Praxis sehr wirkungsvolle Heuristiken zur Berechnung der minimalen Gewichtstriangulierung bekannt sind, ist die Komplexitätstheoretische Status dieses Problems bis heute ungeklärt. Es soll untersucht werden, ob sich bestimmte Konfigurationen von Punkten finden lassen, mit deren Hilfe sich die NP-Vollständigkeit dieses Problems nachweisen lässt.

Projekt: Fluoroskopiebasierte, virtuelle Navigation in der Neurochirurgie

Helmut Alt, Christian Knauer, Robert Günzler, Frank Hoffmann, Klaus Kriegel.

Dieses Projekt ist eine Forschungskooperation des Instituts für Informatik der FU Berlin mit der Firma Schaefer-Mayfield Technologies.

Bei neurochirurgischen Eingriffen an der Wirbelsäule wird die Fluoroskopie als bildgebendes Verfahren eingesetzt, um die räumliche Lage von chirurgischen Instrumenten und Operationsmaterialien (Nägel oder Schrauben) zu erkennen und im Bedarfsfall zu korrigieren. Als Aufnahmegeräte dienen mobile Röntgengeräte, sogenannte C-Bögen. In der bisherigen Praxis müssen solche Aufnahmen während einer OP häufig wiederholt werden, teilweise werden ganze Arbeitsabläufe wie das Ausrichten einer Schraube unter Bestrahlung ausgeführt. Das führt zu einer hohen Strahlenbelastung für den Patienten und den Operateur sowie zu Zeitverlusten durch die Unterbrechung des eigentlichen Eingriffs.

chen OP-Verlaufs.

Ziel des Projekts ist die Entwicklung einer Methode zur Vermeidung dieser Nachteile. Da bei dieser Technik Instrumente und Materialien mit algorithmischen Methoden in vorher aufgenommene Fluoroskopiebilder projiziert werden, spricht man von einer virtuellen Navigation. Wichtigstes Hilfsmittel zur Realisierung dieses Ziels ist ein Trackingsystem, mit dem die Position und Orientierung von chirurgischen Instrumenten im OP-Feld ständig gemessen wird. Die Grundidee besteht darin, das zu behandelnde anatomische Objekt (z.B. ein Wirbelkörper) und das chirurgische Instrument gleichzeitig mit dem Trackingsystem zu erfassen und somit ihre relative Lage zueinander zu bestimmen. Kennt man zusätzlich die relative Lage des C-Bogens zum anatomischen Objekt während der Aufnahme, ist die Projektion des Instruments in das Bild eine einfache Aufgabe. Das noch zu lösende Problem besteht also in der Bestimmung der relativen Lage des C-Bogens zum anatomischen Objekt. Von Joskowicz et al. wurde eine Methode beschrieben, bei der die Positionen des C-Bogens und des Objekts direkt mit dem Trackingsystem gemessen werden. Der Vorteil, das Problem auf eine algorithmisch gut beherrschbare Aufgabe zu reduzieren, die man in Realzeit lösen kann, wird durch einen höheren Anspruch an die technische Realisierung erkauft: Das direkte Tracken des C-Bogens ist für elektromagnetische Systeme problematisch, da deren Messgenauigkeit nur im unmittelbaren OP-Feld optimal ist. Bei der Verwendung von optischen Systemen ist der Bewegungsraum des C-Bogens durch Sichtbarkeitsprobleme eingeschränkt. Darüber hinaus addieren sich die Fehler von zwei Messungen, nämlich am C-Bogen und am Objekt.

Die in diesem Projekt entwickelte Herangehensweise vereinfacht die technische Umsetzung mit Hilfe einer aufwendigeren algorithmischen Lösung. Sie basiert auf einem speziell entworfenen 3-dimensionalen Punktmuster, dem sogenannten Phantom, das während der Bildakquisition in einer bestimmten Position zum anatomischen Objekt befestigt wird. Das Design des Phantoms erlaubt es, seine Lage im Strahlengang aus der Projektion des Punktmusters im Bild zu berechnen. Dieser neuartige Zugang zeichnet sich durch ein hohes Maß an Flexibilität und Fehlertoleranz aus. Das Verfahren kann für beliebige C-Bögen eingesetzt werden. Es können optische und prinzipiell auch elektromagnetische Trackingsysteme eingesetzt werden (sofern die Messgenauigkeit letzterer nicht zu stark durch den C-Bogen eingeschränkt wird). Werden von den zehn Phantompunkten bis zu zwei nicht oder fehlerhaft detektiert, so kann dies erkannt und behandelt werden. Die Genauigkeit der berechneten, virtuellen Navigation

hängt im Wesentlichen nur von der Messgenauigkeit des Trackingsystems ab. Die Position des zu behandelnden Wirbels im Raum muss dabei nicht als starr vorausgesetzt werden muss.

Projekt: ACS (Algorithms for Complex Shapes with certified topology and numerics)

Günter Rote, Astrid Sturm.

In Zusammenarbeit mit INRIA Sophia Antipolis, ETH Zürich, Universität Groningen, MPI für Informatik, Saarbrücken, National Kapodistrian University of Athens (NUA), Universität Tel-Aviv, The GeometryFactory (GF).

Ziel des ACS Projektes ist die Weiterentwicklung der Methoden für komplexe, geometrische Objekte über den aktuellen Stand hinaus. Momentan sind gängige Methoden für Kurven in der Ebene, sowie glatte Oberflächen im 3-dimensionalen Raum vorhanden. Innerhalb des Projektes werden sich die Partner zum Beispiel unter anderem mit stückweise glatten Oberflächen, Oberflächen mit Singularitäten, sowie mit Mannigfaltigkeiten mit Codimension grösser als eins in gemässigt höheren Dimensionen auseinandersetzen.

Aufgrund der ständig wachsenden Anforderung an Anwendungen benötigen diese robuste und effiziente Algorithmen für komplexe, geometrische Objekte. Hieraus ergeben sich Fragestellungen die im Projekt bearbeitet werden, zum Beispiel: Oberflächen Approximation (einschliesslich Meshing und Vereinfachung), Rekonstruktion der Oberfläche und Extraktion der Charakteristika, sowie robustes Modellieren (einschliesslich boolsche Operationen). Alle diese Themen sind eng verbunden mit Grundlagenforschung im Bereich der Oberflächen Representation.

Die Einzigartigkeit in den Zielen des Projektes liegt unter anderem in der Garantie der Qualität aller Datenstrukturen und der Algorithmen die entwickelt werden. Aufgrund von zertifizierter Topology und zertifizierten numerischen Operation werden Ergebnisse im Rahmen vordefinierter Kriterien topologisch und numerisch konsistent sein.

Projekt: Profi (Perceptually-relevant Retrieval Of Figurative Images)

Helmut Alt, Ludmila Scharf.

In Zusammenarbeit mit Utrecht University, University of York, Aktor Knowledge Technology.

Ziel dieses Projektes ist die Entwicklung neuer bildsuchender Verfahren für große Datenbanken. Unsere Methoden basieren auf Extraktion und Vergleich wahrnehmungsrelevanter Merkmale der Formen, was die Einschränkungen existierender Verfahren überwinden soll. In diesem Projekt entwickeln und analysieren wir Algorithmen für:

- wahrnehmungsbezogene Segmentierung der Bilddaten und Zusammenfassung der Formenmerkmale;
- Vergleich geometrischer Objekte, die den Formenmerkmalen entsprechen;
- Partieller Vergleich: Anpassung eines Teils der Form einem Teil der anderen Form;
- Indexierung der Formenmerkmale in einer großen Datenbank mit Bilderdaten;
- Indexierung relativer Anordnung der Formenmerkmale in einem Bild.

Die im Rahmen des Projekts entwickelten Algorithmen werden in einem Prototyp-System umgesetzt und experimentell, anhand der vorher unabhängigen bewerteten Daten verifiziert.

Projekt: Matching-Algorithmen zur Registrierung von Punktmengen in Flächen und Anwendungen zur medizinischen Navigation mit Trackingsystemen

Christian Knauer, Klaus Kriegel.

Zur Unterstützung von verschiedenen neurochirurgischen Eingriffen wurden elektromagnetische und optische Trackingsysteme entwickelt, mit denen eine

relativ genaue räumliche Bestimmung von Instrumenten im Operationfeld vorgenommen werden kann. Diese Systeme ermöglichen eine Navigation bezüglich eines vorher mit CT oder MR erstellten 3-dimensionalen Modells. Voraussetzung dazu ist aber, dass die räumliche Transformation der realen Umgebung in das Koordinatensystem des Modells bekannt ist. Das Problem konnte durch den Einsatz von Markern gelöst werden, wodurch leider auch das Anwendungsspektrum wesentlich eingeschränkt wird.

Ziel des Projekts ist es, die Navigationstransformation ohne Marker zu bestimmen. Diese Aufgabenstellung lässt sich auf das folgende Matching-Problem zurückführen: Für eine gegebene Punktmenge im Raum (eingemessene Punkte aus dem Operationsfeld) und eine Fläche (Modell) ist die starre Transformation zu bestimmen, welche Punktmenge so dicht wie möglich an die Fläche abbildet. Die bekannten Ansätze zur Lösung dieses Problems basieren auf heuristischen Verfahren (z.B. ICP, Simulated Annealing). Man kann dabei im Allgemeinen gute Ergebnisse erzielen, hat aber keine Gütegarantien. Gerade für medizinische Anwendungen sind solche Garantien aber sehr wichtig. Deshalb wird die Lösung dieses äußerst anspruchsvollen algorithmischen Problems mit heuristikfreien Methoden aus der algorithmischen Geometrie angestrebt.

Besondere Beachtung soll den folgenden Aspekten gewidmet werden:

1. **Vorverarbeitung:** Generell soll die Navigationsabbildung mit geometrischem Hashing bestimmt werden. Durch Vorverarbeitung des Modells (die nicht zeitkritisch ist) werden geeignete Datenstrukturen zur Unterstützung dieser Technik aufgebaut.
2. **Zusatzinformationen:** Besonders charakteristische Punkte auf der Fläche werden bei der Vorverarbeitung berechnet und im Modell angezeigt. Die Einmessung eines oder mehrerer charakteristischer Punkte, reduziert die Komplexität des Problems erheblich.
3. **Mehrdeutigkeit:** Ist die eingemessene Information nicht ausreichend zur eindeutigen Bestimmung einer Transformationsabbildung, wird eine Liste aller möglichen Transformationen erstellt.
4. **Inkonsistenz:** Wenn keine mit den gemessenen Daten (in einem vorgegebenen Fehlerbereich) konsistente Transformationsabbildung existiert, wird geprüft, ob ein einzelner Messfehler dafür verantwortlich sein kann.

Fälle, in denen drei oder mehr charakteristische Punkte eingemessen wurden, lassen sich leicht auf die bereits für das Markermodell entwickelten Methoden zurückführen. Deshalb konzentriert sich die erste Projektphase auf den Fall mit zwei charakteristischen Punkten.

4 Die Arbeitsgruppe Theoretische Informatik

Leiter

- PROF. DR. HELMUT ALT

Entwurf und Analyse von Algorithmen, insbesondere Algorithmische Geometrie mit Schwerpunkt Formanalyse.

- PROF. DR. GÜNTER ROTE

Algorithmische Geometrie, kombinatorische Optimierung.

- PROF. DR. CHRISTIAN KNAUER

Algorithmische Geometrie, Implementierung von geometrischen Algorithmen, Ähnlichkeitsbestimmung von geometrischen Figuren.

Mitglieder der Arbeitsgruppe

- HOSAM ABDO

Algorithmische Geometrie.

- KEVIN BUCHIN

Algorithmische Geometrie.

- MAIKE BUCHIN

Algorithmische Geometrie.

- BRITTA DENNER-BROSER

Kombinatorik, Geometrie und Optimierung.

- DARKO DIMITROV

Bildverarbeitung, Computersehen, Flächenrekonstruktion aus dreidimensionalen Punktdaten.

- ANNE DRIEMEL

Algorithmische Geometrie.

- DR. FRANK HOFFMANN

Algorithmische Geometrie, geometrische Online-Probleme, angewandte Matching-Probleme.

- OLIVER KLEIN

Algorithmische Geometrie, Mustererkennung.

- CLAUDIA KLOST

Algorithmische Geometrie.

- PD DR. KLAUS KRIEGEL

Graphalgorithmen und graphentheoretische Methoden für geometrische Probleme.

- TOBIAS LENZ

Algorithmische Geometrie, algorithmische Topologie.

- ARES RIBÓ MOR

Geometrie, Kombinatorik.

- WOLFGANG MULZER

Algorithmische Geometrie.

- LUDMILA SCHARF

Algorithmische Geometrie.

- SVEN SCHOLZ

Algorithmische Geometrie, angewandte Matchingprobleme.

- ANDRE SCHULZ

Algorithmische Geometrie, Pseudotriangulierungen.

- ASTRID STURM

Algorithmische Geometrie von Kurven und Flächen.

Weitere Informationen

Prof. Dr. Helmut Alt

Takustr. 9

Raum 112

Tel.: 838-75160

alt@inf.fu-berlin.de

Prof. Dr. Günter Rote

Takustr. 9

Raum 110

Tel.: 838-75150

rote@inf.fu-berlin.de

PD Dr. Klaus Kriegel

Takustr. 9

Raum 115

Tel.: 838-75156

kriegel@inf.fu-berlin.de

Prof. Dr. Christian Knauer

Takustr. 9

Raum 114

Tel.: 838-75165

knauer@inf.fu-berlin.de