



Bachelorarbeit am Institut für Informatik der Freien Universität Berlin
Arbeitsgruppe Robotik

Untersuchung der Effizienz von RRT* bei autonomen Autos

Bernd Sahre
Matrikelnummer: 4866892
besahre@zedat.fu-berlin.de

Betreuer: Prof. Dr. Daniel Göhring
Eingereicht bei: Prof. Dr. Daniel Göhring
Zweitgutachter: Prof. Dr. Raul Rojas

Berlin, 22. Mai 2018

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Verwendung des RRT* Algorithmus auf einem Modellauto. In der Bachelorarbeit von David Goedicke [9] wurden die Algorithmen RRT^X und RRT^* zur Berechnung eines abfahrbaren Pfades für ein Modellauto verwendet. Beide Algorithmen waren dazu in der Lage, jedoch war die Berechnungszeit zu hoch für eine Echtzeitanwendung. Dies lag unter anderem auch an den verwendeten Dubin curves und Reeds Shepp curves, die kompliziert zu berechnen sind. In dieser Arbeit wird anstelle der Reed Shepps Curves untersucht, ob es möglich ist, mit nur einer Lenkeinstellung direkt von Knoten zu Knoten zu fahren. Vier unterschiedliche Ansätze werden vorgestellt, die alle erfolglos versuchen, das Problem zu lösen.

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere hiermit an Eides Statt, dass diese Arbeit von niemand anderem als meiner Person verfasst worden ist. Alle verwendeten Hilfsmittel wie Berichte, Bücher, Internetseiten oder ähnliches sind im Literaturverzeichnis angegeben, Zitate aus fremden Arbeiten sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungskommission vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

22. Mai 2018

Bernd Sahre

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	1
1.1 Aufbau und Struktur	1
1.2 Glossar	2
1.3 Wichtige Quellen und deren Beitrag zum Thema	4
2 Grundlagen	4
2.1 Rapidly-Exploring Random Trees	5
2.1.1 Funktionsweise der Rapidly-Exploring Random Trees	5
2.1.2 Vor- und Nachteile der Rapidly-Exploring Random Trees	6
2.2 Rapidly-Exploring Random Tree Star	7
2.2.1 Funktionsweise eines Rapidly-Exploring Random Tree Star	7
2.2.2 Vor- und Nachteile der Rapidly-Exploring Random Trees Star	8
2.3 Hardwareausstattung der Autos	9
2.4 Software: ROS - Robot Operating Systems	10
2.5 Schnittstellen und Einbettung zu bereits vorhandene Knoten	11
2.5.1 Bestimmung der Odometrie und visuelles GPS	11
2.5.2 Low-Level-Planer	12
2.6 Datenstruktur	12
2.7 Sonstige verwendete Software	13
2.8 Kinematische und physikalische Einschränkungen	14
2.8.1 Randbedingungen	14
2.8.2 Einschränkungen durch das Auto	14
3 Umsetzung	15
3.1 Übersicht	15
3.2 Erster Ansatz	16
3.2.1 Vorauswahl	16
3.2.2 Auswahl des Vaterknotens	18
3.2.3 Bestimmung des Vaterknotens	18
3.2.4 Bestimmung der Orientierung	19
3.2.5 Kostenfunktion	19
3.2.6 Rewiring	21
3.2.7 Bewertung	22
3.3 Zweiter Ansatz	22
3.3.1 Veränderungen	22
3.3.2 Bewertung	24
3.4 Dritter Ansatz	24
3.4.1 Erzeugung der Trajektorie	24
3.4.2 Bewertung	25
3.5 Vierter Ansatz	25
3.5.1 Rewiring	25
3.5.2 Bewertung	26
4 Ausblick und Fazit	26
4.1 Ausblick	27

1 Einleitung

Der Traum des autonomen Fahrens reicht bis in die Antike zu den Griechen zurück, deren Gott des Feuers und der Schmiedekunst Hephaistos Androiden und selbst fahrende Automobile konstruierte. Mittlerweile ist die Forschung in diesen Bereichen von der Phantasie in die Wirklichkeit gerückt und so weit fortgeschritten, dass dieser Traum schon bald Wirklichkeit werden könnte. Zuvor müssen jedoch etliche Herausforderungen bewältigt werden. Eine davon ist, das Auto sicher durch den Straßenverkehr zu bringen. Dabei heißt sicher, dass das Auto während der Fahrt weder sich noch andere Verkehrsteilnehmer gefährdet. Neben der Sicherheit ist jedoch auch das möglichst schnelle Erreichen des Ziels wichtig, bei dem das Auto seinen Weg durch eine Umgebung mit statischen und dynamischen, das heißt sich bewegenden, Hindernissen finden muss. In diesem Kontext ist noch zu erwähnen, dass dieser Weg nicht wie bei einem Navigationssystem beispielsweise von Berlin nach Hamburg führt, sondern eher von einer Straßenecke zur nächsten oder über einen Parkplatz. Dies wird durch einen Pfadplaner gewährleistet, der -informell gesprochen - aus der eigenen Position, dem Zielbereich und unter Berücksichtigung aller statischen und sich bewegenden Hindernissen einen sicheren Pfad zum Ziel findet. Dieser Pfad ist dann durch das Auto abfahrbar.

Um diese Aufgabe zu meistern, existieren unterschiedliche Ansätze, um dem Auto je nach Anwendungsfall bei gegebenem Ziel eine *Trajektorie* vorzuschlagen. Die jeweiligen Algorithmen unterscheiden sich in Ausführungszeit, Genauigkeit, Sicherheit und berechnen unterschiedlich optimale Pfade.

Das Dahlem Center for Machine Learning and Robotics untersucht maschinelles Lernen und Anwendungen intelligenter Systeme. Dazu haben sich vier Arbeitsgruppen der Freien Universität Berlin zusammengeschlossen:

- Intelligent Systems and Robotics (Prof. Dr. Raúl Rojas)
- Autonomos Cars (Prof. Dr. Daniel Göhring)
- Artifical and Collective Intelligence (Prof. Dr. Tim Landgraf)
- Logic and automatic proofs (Christoph Benzmüller)

Ein Forschungsgebiet ist die Entwicklung und Analyse autonomer Autos. Zur oben beschriebenen Pfadplanung wird in der Arbeitsgruppe hauptsächlich das Prinzip elastischer Bänder (Time-Elastic-Bands, [vgl. 5]) zur Erzeugung abfahrbarer *Trajektorien* benutzt. Doch auch die Untersuchung und Analyse anderer Algorithmen ist interessant, um zu überprüfen, ob sich eine vertiefte Forschung in diesen Bereichen lohnt.

Diese Bachelorarbeit untersucht einen dieser anderen Algorithmen zur Pfadplanung, *RRT**, auf seine Tauglichkeit, über eine vorgegebene Fahrbahn mit Hindernissen eine abfahrbare, sichere und möglichst optimale *Trajektorie* zu finden.

1.1 Aufbau und Struktur

Nach einer kurzen Hinführung zum Thema werden zuallererst die Grundlagen(2) besprochen, um das Verständnis der nachfolgenden Kapitel zu erleichtern. Diese sind

1. Einleitung

neben den grundlegenden Algorithmen auch die verwendete Hardware und Software sowie die zu berücksichtigenden Rahmenbedingungen. Im nächsten Kapitel(3) wird das Problem genauer beschrieben, anschließend folgen Analyse und Bewertung verschiedener Ansätze zur Lösung desselben. Zum Schluss werden in einem Fazit(4) alle Schlussfolgerungen nochmals zusammengefasst und ein Ausblick auf weitere mögliche Forschungsmöglichkeiten gegeben.

1.2 Glossar

Für die im Folgenden verwendeten personenbezogenen Ausdrücke wurde, um die Lesbarkeit der Arbeit zu erhöhen, ausschließlich die männliche Schreibweise gewählt. Des Weiteren werden eine Reihe von englischen Bezeichnungen und Fachwörtern verwendet, um einerseits dem interessierten Leser das Studium der fast ausschließlich englischen Fachliteratur zu erleichtern und andererseits bestehende Fachbegriffe nicht durch die Übersetzung zu verfälschen. Bei diesen Begriffen wird zur Unterscheidung eine kursive Schriftart verwendet.

Begriff	Erklärung
Arduino Nano	Mikrocontroller am Auto zur Steuerung der Motoren und Sensoren.
Gyroskop	Auch Kreiselinstrument, Sensor am Auto zur Messung der Lageänderung (z.B. Ausrichtung des Autos).
hochdimensionale Probleme	Probleme, bei deren Lösung nicht nur ein oder zwei, sondern sehr viele verschiedene Parameter berücksichtigt werden müssen. Kinodynamic Planning befasst sich mit hochdimensionalen Problemen.
Kinodynamic planning	Beschreibt eine Klasse von Problemen, bei der physikalische Einschränkungen wie Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kräfte zusammen mit kinematischen Einschränkungen (z.B. Hindernisvermeidung) berücksichtigt werden müssen.
k-nearest neighbour algorithm	Algorithmus, der zu einem Punkt P die nächsten k Nachbarn bestimmt.
Lidar	Light detection and ranging; Radarscanner am Auto, für Abstandsmessung zu Hindernissen.
Low-Level-Planer	Steuert direkt die Motoren des Autos, also die Lenkung und den Antrieb, um eine vorgegebene Trajektorie möglichst genau abzufahren.

Nonholonomic Robots	Roboter, die gewissen kinematischen Einschränkungen unterworfen sind. Ein Auto zum Beispiel kann sich nicht in jede beliebige Richtung bewegen, sondern ist z.B. durch den maximalen Lenkwinkel und den Wenderadius eingeschränkt und kann nicht jeden beliebigen Punkt sofort, mit nur einem Schritt, erreichen. Im Gegensatz dazu stehen holonome Roboter, die sich in jede beliebige Richtung ohne direkte Einschränkungen bewegen können.
Odometrie	Methode zur Schätzung von Position und Orientierung anhand der Daten des Vortriebsystems (Motoren).
Odroid	Einplatinencomputer am Auto mit Mehrkernprozessor.
Quaternion	4-dimensionaler Vektor, in dem die Ausrichtung eines Objekts im Raum definiert ist.
radius k-nearest neighbour	Algorithmus, der in einem bestimmten Radius alle nächsten Nachbarn des Punktes P bestimmt.
randomisierte Algorithmen	Algorithmen, deren Durchführung nicht determiniert ist, die also bei jeder Ausführung ein etwas anderes Ergebnis zurückliefern. Der Vorteil ist, dass diese Algorithmen zwar nicht immer das bestmögliche Ergebnis liefern, dafür aber schneller in der Ausführungszeit und oft einfacher zu verstehen und zu implementieren sind.
Rewiring	Neuverknüpfung eines RRT*-Baumes [16]. Die Begriffe Rewiring und Neuverknüpfung werden synonym gebraucht. Nach Hinzufügen eines Knotens K zum Baum werden Nachbarknoten überprüft, ob diese durch K besser erreichbar sind als vorher. Falls ja, wird K als Vaterknoten ausgewählt.
ROS	Robot Operating Systems, eine Open-Source Sammlung an Software-Bibliotheken und Werkzeugen zur Kreation von Anwendungen zur Robotik [8].
RRT	Rapidly-Exploring Random Tree [13], ein Algorithmus zum Finden eines Pfades zum Ziel durch unbekanntes Gelände; wird in Kapitel 2.1 noch weiter erläutert.
RRT*	Eine verbesserte Variante des RRT, bei dem die Pfade optimiert werden [16]. Asymptotisch optimal; erläutert in Kapitel 2.2.
Trajektorie	Die Strecke, die dem Low-Level-Planer des Autos übergeben wird

1.3 Wichtige Quellen und deren Beitrag zum Thema

Diese Arbeit basiert auf den Erkenntnissen der Bachelorarbeit von David Goedicke [9]. Als wichtigste Quellen sind „Rapidly Exploring Random Trees: A new Tool for Path Planning“[13] von Steven LaValle und „Incremental Sampling-based Algorithms for Optimal Motion Planning“[16] von Sertac Karaman und Emilio Frazzoli zu nennen. Diese führen jeweils die Algorithmen RRT und RRT* ein. Eine besonders am Anfang sehr wichtige Quelle war „Optimal Path Planning using RRT* based Approaches: A Survey and Future Directions“[11], welche eine Übersicht über verschiedene Variationen und RRT* in verschiedenen Szenarien gibt. Dies hat mir bei der Orientierung und Eingrenzung des Themas sehr geholfen.

Nun werden wir uns den wissenschaftlichen Grundlagen der Arbeit widmen.

2 Grundlagen

Dieses Kapitel führt die verwendeten Algorithmen und Berechnungen ein. Anschließend werden die Rahmenbedingungen und die verwendete Hardware und Software vorgestellt.

Mit dem A*-Algorithmus wurde schon in den 60er Jahren ein Werkzeug für die Pfadplanung von Robotern eingeführt [10]. Pfadplanung bedeutet hier, dass ein Roboter mit festgelegten kinematischen Einschränkungen in einer bestimmten definierten Umgebung von einem Startzustand zu einem Zielzustand mithilfe von Steuerungseingaben gelangen kann, ohne die physikalischen Gesetze zu verletzen oder mit Hindernissen zu kollidieren. Der A*-Algorithmus löst dieses Problem unter gewissen Bedingungen, indem er in einem Graphen den kürzesten Weg zwischen zwei Knoten findet. Allerdings benötigt A* diesen Graphen zur Berechnung des Weges und ist aufgrund des hohen Speicherplatzbedürfnisses für *hochdimensionale Probleme*, d.h. für Probleme mit den oben genannten kinematischen und physikalischen Einschränkungen, nicht geeignet [10].

In nachfolgender Zeit wurden *randomisierte Algorithmen* entwickelt, die zwar nicht die mathematisch optimale Lösung lieferten, dafür bedeutende Geschwindigkeitsvorteile hatten. Da in der Praxis oft viele Faktoren, wie z.B. der Luftwiderstand, aufgrund der hohen Komplexität bei geringem Einfluss gar nicht berücksichtigt werden, reicht es, nur bis zu einem gewissen Grade die exakte Lösung zu liefern.

Diese Ansätze wurden vom *randomized potential field* Algorithmus [12] und dem *probabilistic roadmap* Algorithmus [1] verfolgt. Doch auch diese waren nicht allgemein auf *nonholonomic Robots* anwendbar und lösten oft nur spezifische Probleme unter ganz bestimmten Bedingungen. Der Erfolg des *randomized potential field* Algorithmus beispielsweise hing stark von der Wahl einer passenden Heuristik ab [vgl. Kap 3.4 in 12]. Während sich bei einfachen Ausgangsbedingungen die Heuristik noch einfach finden lies, wurde dies bei komplexen, dynamischen Umgebungen mit Hindernissen und physikalischen und kinematischen Bedingungen zu einer großen Herausforderung. 1998 schließlich führte Steven LaValle den *RRT*-Algorithmus ein, der die in diesem Kapitel genannten Einschränkungen umgehen sollte.

2.1 Rapidly-Exploring Random Trees

LaValle erkannte die Vorteile von randomisierten Algorithmen und die „erfolgreiche Einsetzung im generellen Problem der Pfadplanung“. [Kap 1 13]. Jedoch sah er auch die Einschränkungen der vorhandenen randomisierten Algorithmen. Insbesondere störte ihn die fehlende Skalierbarkeit in komplexeren und hochdimensionalen Umgebungen, da diese Algorithmen damit nur unter gewissen Vorbedingungen effizient einsetzbar waren. Der *probabilistic roadmap* Algorithmus [1] beispielsweise beinhaltet einen „lokalen Planer“, der zwar für holonomische Systeme und Roboter effiziente Ergebnisse liefert, aber bei nicht holonomischen Fahrzeugen und auf allgemeine Probleme angewendet, schwindet die Effizienz der *probabilistic roadmap* [13].

Bei der Entwicklung von *RRT* wurde deshalb viel Wert auf Einfachheit, Allgemeingültigkeit und damit auf Skalierbarkeit gelegt [vlg. Kap 3, 13]. Bevor wir jedoch genauer auf die Vorteile des Algorithmus eingehen und warum dieser hier gewählt wurde, folgt jetzt erstmal eine kurze Erklärung der Funktionsweise.

Der *RRT*-Algorithmus baut einen Baum auf, indem zufällig gewählte Punkte unter Berücksichtigung einer Metrik verbunden werden. Der Algorithmus mit dem *RRT* T , den Eingabeparametern Größe K , Metrik M , Bewegungsfunktion u und Startzustand x_{init} funktioniert folgendermaßen:

2.1.1 Funktionsweise der Rapidly-Exploring Random Trees

```

1 BUILD_RRT(K, M, u, x_init)
2   T.init (x_init)
3   for k=1 to K do
4     x_rand = RANDOM_STATE();
5     EXTEND(T, x_rand);
6   Return T;

1 EXTEND(T, x)
2   x_near = NEAREST_NEIGHBOR(x, T, M);
3   x_new = project(x, x_near, u);
4   if (Collisionfree(x_new, x_near, u) then
5     T.add_vertex(x_new);
6     T.add_egde(x_near, x_new, u_new);
7   Return Extended;
8   else
9     Return Trapped;

```

Der Baum wird anfangs mit dem Startzustand x_{init} initialisiert, besteht also nur aus dem Knoten x_{init} . Anschließend wird in K Iterationen der Baum T aufgebaut, indem mit x_{rand} ein zufälliger Punkt ausgewählt und mit $\text{EXTEND}(T, x_{\text{rand}})$ dem Baum hinzugefügt wird.

Die Funktion $\text{EXTEND}(T, x)$ ermittelt zunächst, wie in Abbildung 1 zu sehen ist, mithilfe der Metrik M den nächsten Nachbar von x . Diese Metrik kann von einer einfachen euklidischen Distanz bis hin zur komplexen Einberechnung verschiedener kinematischer Bedingungen alles beinhalten und beeinflusst die Qualität des Baumes

2. Grundlagen

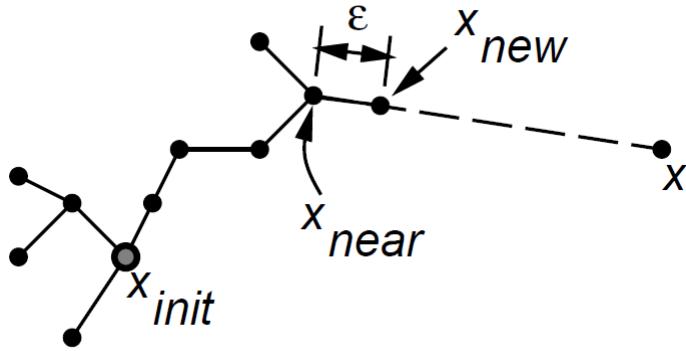


Abbildung 1: Die EXTEND Funktion [14]

sowie die Berechnungsgeschwindigkeit.

Vom nächsten Nachbarn x_{near} aus wird mit `project(x, x_near, u)` ein Schritt der Länge ϵ in Richtung x durchgeführt und an dieser Stelle der neue Knoten x_{new} erzeugt.

Nun wird mit `Collisionfree(x_new, x_near, u)` überprüft, ob x_{new} oder die Bewegung u zu x_{new} hin mit Hindernissen kollidiert oder diesen zu Nahe kommt. Falls dies nicht der Fall ist, werden sowohl der neu entstandene Knoten x_{new} als auch die Kante von x_{near} zu x_{new} dem Baum T hinzugefügt.

Falls x_{new} oder die Bewegung u zu x_{new} mit Hindernissen kollidiert oder diesen zu nahe kommt, wird der Knoten x_{new} verworfen und die Funktion `EXTEND(T, x)` beendet.

2.1.2 Vor- und Nachteile der Rapidly-Exploring Random Trees

Die Rapidly-Exploring Random Trees haben einige Eigenschaften, die für die Bewegungsplanung von Robotern von großem Vorteil sind, wie LaValle in [Kapitel 3 in 13] schreibt:

1. Ein RRT breitet sich sehr schnell in unerforschte Bereiche des Statusraums aus. Dadurch können Pfade schnell gefunden werden und es wird schnell eine mögliche (wenn auch nicht optimale) Lösung gefunden.
2. Die Verteilung der Knoten im Baum entspricht der Verteilung, wie diese Knoten erzeugt wurden; dies führt zu konsistentem Verhalten. Unter anderem kann dadurch das Wachstum des Baumes in eine bestimmte Richtung gesteuert werden (z.B. zum Ziel hin).
3. Ein RRT ist probabilistisch vollständig, das heißt mit zunehmender Laufzeit konvergiert die Wahrscheinlichkeit, keinen Pfad zum Ziel zu finden, gegen null.
4. Ein RRT ist sowohl einfach zu implementieren als auch einfach in der Analyse, was es ermöglicht, die Geschwindigkeit zu untersuchen und zu verbessern.

5. Ein *RRT* ist immer mit sich selbst verbunden und das bei einer minimalen Knotenzahl.
6. Ein *RRT* kann als Pfadplanungsmodul interpretiert werden, was die Kombination mit anderen Werkzeugen zur Bewegungsplanung möglich macht.

Leider existieren neben den oben genannten Vorteilen auch etliche Nachteile. Eines der größten ist, dass ein *RRT* nicht den optimalen Pfad zurückliefert, da einmal gesetzte Knoten ihren Vaterknoten nicht mehr ändern können. Dadurch kann, auch wenn durch Neuverknüpfung eine bessere Knotenfolge vom Start zum Ziel bestehen würde, diese nicht erstellt werden. Außerdem bereichern Knoten, die innerhalb des bereits bestehenden Baumes hinzugefügt werden, selten den *RRT*.

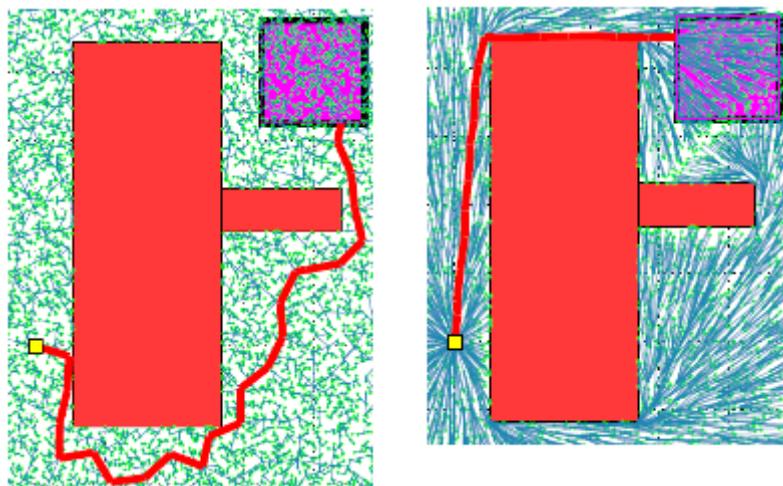


Abbildung 2: RRT(links) und RRT* (rechts) mit jeweils 20.000 Knoten

Deshalb wurde von Sertac Karaman und Emilio Frazzoli aufbauend auf *RRTs* der Algorithmus *RRT** eingeführt, welcher diesen Nachteil ausgleicht(siehe Abbildung 2).

2.2 Rapidly-Exploring Random Tree Star

Im Gegensatz zu einem *RRT* führt ein *RRT** die zwei folgenden Neuerungen ein:

1. Auswahl eines passenden Vaterknotens bei Hinzufügen des Knotens zum Baum
2. Neuverknüpfung des Baumes

Diese Neuerungen resultieren in einer veränderten EXTEND(*T*, *x*) Funktion, siehe [16].

2.2.1 Funktionsweise eines Rapidly-Exploring Random Tree Star

```

1 EXTEND(T, x)
2   x_nearest = NEAREST_NEIGHBORS(x, T, M);
3   x_new = project(x, x_nearest, u);
4   if (Collisionfree(x_new, x_near, u) then

```

2. Grundlagen

```

5     T.add_vertex(x_new);
6     x_min= x_nearest;
7     c_min = x_nearest.cost + cost(x_nearest, x_new);
8     X_NEAR = NEAR_NEIGHBORS(x, T, r);
9     foreach x_near in X_NEAR do
10        if Collisionfree(x_near, x_new) && x_near.cost + cost(
11            x_near, x_new) < c_min then
12            x_min = x_near;
13            c_min = x_near.cost + cost(x_near, x_new);
14            T.add_egde(x_min, x_new);
15            foreach x_near in X_NEAR do
16                if Collisionfree(x_new, x_near) && x_new.cost + cost(x_new
17                    , x_near) < x_near.cost then
18                    T.del_edge(x_near.parent, x_near);
19                    T.add_edge(x_new, x_near);
20            Return Extended;
21        else
22            Return Trapped;

```

Während, wie beim Erstellen eines *RRT*, auch bei *RRT** zuerst der nächste Nachbar als Vaterknoten festgelegt wird, folgt daraufhin ein Speichern der nächsten Nachbarn von x_{new} in einem gewissen Radius r in der Liste X_{NEAR} . Es wird x_{min} als der Abstand zum nächsten Knoten gesetzt. Die Funktion $x_{\text{nearest}}.\text{cost}$ liefert die Kosten, um vom Startknoten zu x_{nearest} zu kommen, zurück, während die Funktion $\text{cost}(x_{\text{nearest}}, x_{\text{new}})$ die Kosten des Pfades von x_{nearest} zu x_{new} berechnet. Als vorläufiger Startwert beinhaltet c_{min} demnach die Kosten, um vom Startknoten aus zu x_{new} zu kommen.

Die Liste X_{NEAR} wird auf den besten Vaterknoten, also den mit den geringsten Kosten für x_{new} , überprüft. Dieser beste gefundene Nachbar wird für x_{new} als Vaterknoten gesetzt, also eine Kante zwischen x_{new} und x_{near} gezogen.

Nachdem so ein Pfad vom Vaterknoten zu x_{new} gebildet wurde, wird der Baum neu verknüpft. Bei jedem Knoten innerhalb des Radius von x_{new} wird überprüft, ob die Kosten mit x_{new} als Vaterknoten geringer werden. Wo immer dies der Fall ist, wird x_{new} als Vaterknoten gesetzt.

2.2.2 Vor- und Nachteile der Rapidly-Exploring Random Trees Star

Eine Verbesserung zu einem *RRT* ist, dass nicht der nächste Nachbar als Vaterknoten gesetzt wird, sondern der mit den besten Kosten. Je nach Wahl des Radius r und Güte der Kostenfunktion kann hier einiges an „Umweg“ gespart werden.

Der Hauptunterschied ist jedoch die Neuverknüpfung bereits bestehender Knoten über x_{new} . Ein Nachteil des *RRTs* ist, dass Knoten, die aus bereits gut mit Knoten gefüllten Regionen neu hinzugefügt wurden, wenig neues beitragen, also weder neue Regionen entdecken, noch bestehende Pfade verbessern. Dies ändert sich nun, denn jeder von Knoten umgebene, neu hinzugefügte Knoten verbessert die Kosten aller Knoten, die durch x_{new} besser erreichbar sind. Das führt dann sogar soweit, dass ein *RRT** asymptotisch optimal ist, d.h. bei genügend langer Laufzeit der Pfad zum Optimum konvergiert. Jeder Knoten hilft entweder, den Baum zu expandieren oder sorgt für bessere Pfade innerhalb des Baumes ([vgl. Kapitel 5 in 16]). Je nach Art der

2.3 Hardwareausstattung der Autos



Abbildung 3: Autonomus Mini v3 (1:10)

Kostenfunktion und dem Samplen neuer Knoten kann der RRT* auch mit bestimmten Eigenschaften ausgestattet werden, z.B. präferiertes Wachsen in bestimmte Richtungen.

Als nächstes werden die Hardware und das verwendete Framework ROS - Robot Operating Systems - vorgestellt.

Anschließend werden potentielle Metriken und Datenstrukturen präsentiert. Bevor wir uns dann den notwendigen Anpassungen des RRT*-Algorithmus widmen können, werden die kinematischen und physikalischen Beschränkungen des Autos analysiert.

2.3 Hardwareausstattung der Autos

Das Dahlem Center for Machine Learning and Robotics arbeitet mittlerweile mit dem Modellfahrzeug AutoNOMOS Mini v3 (1:10). Der Hauptcomputer des Autos ist ein *Odroid(XU4 64GB)* mit Ubuntu Linux als Betriebssystem und ROS (Robot Operation Systems) zur Steuerung [3].

Motorisiert ist das Auto mit einem bürstenlosen DC-Servomotor FAULHABER 2232. Die Lenkung wird von dem Servomotor HS-645-MG übernommen; beide Motoren werden mithilfe einer *Arduino Nano* Platine gesteuert.

Zur Wahrnehmung der Umgebung besitzt das AutoNOMOS Mini v3 mit dem RPLIDAR A2 360 einen rotierenden Laserscanner, der in der Lage ist, die Umgebung des Autos auf Hindernisse zu überprüfen. Als Rückgabewert liefert der RPLIDAR pro Gradwinkel einen Wert in Metern, wie weit das nächste Hindernis in dieser Richtung entfernt ist, insgesamt also 360 Werte.

Auf dem oberen Teil des Autos befestigt ist das *Kinect-type stereoscopic system* (Intel Realsense SR300), welches eine Wolke aus 3D Punkten liefert, die dazu benutzt werden

2. Grundlagen

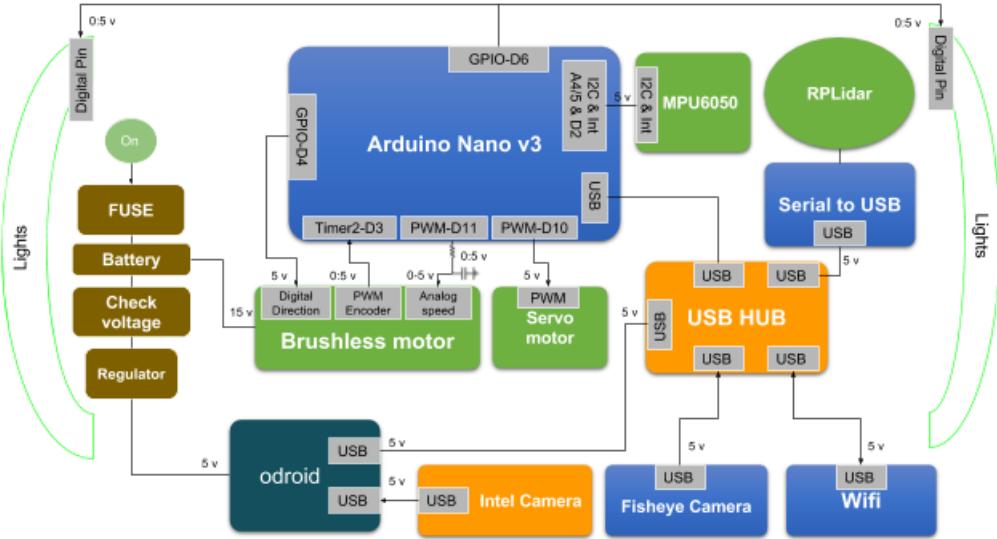


Abbildung 4: Überblick über die Module des AutoNOMOS Mini v3

kann, Hindernisse zu erkennen. Außerdem kann die Kamera des *Kinect-type* Sensors dazu benutzt werden, Fahrbahnmarkierungen und Objekte direkt vor dem Auto zu lokalisieren.

Der letzte äußere Sensor, auch am oberen Teil des Autos angebracht, ist die Fischaugen-Kamera. Diese zeigt nach oben zur Decke, und kann dazu benutzt werden bestimmte markante, feststehende Objekte zu lokalisieren, damit das AutoNOMOS Mini v3 sich auch innerhalb von Räumen orientieren kann. Dazu kann eine GPS Navigationseinheit simuliert werden, indem die an der Decke angebrachten vier Lampen in unterschiedlichen Farben leuchten. Die Sensoren sind entweder via USB 3.0 an der Hauptplatine oder direkt am *Odroid* angeschlossen. Dies ist in Abbildung 4 zu sehen. An inneren Sensoren besitzt das AutoNOMOS Mini v3 eine MPU6050, die einen Beschleunigungssensor und ein *Gyroskop* enthält. Mithilfe dieser MPU kann das AutoNOMOS Mini v3 seine Orientierung, seine Richtung im Raum bestimmen. Außerdem können Messungen zur *Odometrie* ergänzt werden.

Das AutoNOMOS Mini v3 wird über eine 14,8 V Batterie mit Energie versorgt.

2.4 Software: ROS - Robot Operating Systems

ROS stellt Bibliotheken und Werkzeuge zur Verfügung, die Software-Entwicklern helfen sollen, Robotik-Anwendungen zu kreieren [8]. Unter anderem beinhaltet ROS Gerätetreiber, Bibliotheken, Visualisierungswerkzeuge, Paketmanagement und vieles mehr. ROS ist quelloffen und unter der BSD Lizenz verfügbar.

Mithilfe von ROS können ausführbare Programme, auch Knoten genannt, erzeugt werden, die über so genannte *Topics* kommunizieren können. Dies passiert über einen anonymisierten Publisher/Subscriber Mechanismus, das heißt Daten generierende Knoten können auf relevanten *Topics* Nachrichten senden und Knoten, die Daten benötigen, können von relevanten *Topics* Nachrichten empfangen.

Für jedes *Topic* ist dabei auch die Nachrichtenart definiert, die für dieses *Topic* veröffentlicht und von diesem *Topic* empfangen werden. Diese kann neben simplen Datentypen auch aus komplexen, selbst definierten Datenstrukturen bestehen. Dabei wird nur dieser eine, vorher festgelegte Datentyp der Nachricht vom *Topic* akzeptiert. *Topics* stellen nur eine unidirektionale Verbindung zur Verfügung. Für die Abwicklung von zum Beispiel Remote Procedure Calls sind sogenannte Services zuständig. Diese ermöglichen eine Antwort auf eine bestimmte Anfrage nach dem Client Server Prinzip zurückzusenden.

2.5 Schnittstellen und Einbettung zu bereits vorhandene Knoten

Das Dahlem Center for Machine Learning and Robotics entwickelte ROS-Pakete für die Steuerung ihrer autonomer Fahrzeuge. Diese Pakete und daraus resultierenden ROS-Nodes können dazu genutzt werden, den von mir entwickelten RRT*-Pfadplaner möglichst gut einzubetten. So kann durch das visuelle indoor GPS die Position des Autos bestimmt werden, die der Pfadplaner für seine Berechnungen braucht. Die resultierende *Trajektorie*, die der Pfadplaner entwickelt, wird dem Low-Level-Planer übergeben, der diese *Trajektorie* in Motorbefehle, also Beschleunigungen und Lenkungen, umsetzt.

2.5.1 Bestimmung der Odometrie und visuelles GPS

Zur Ausführung des Algorithmus gehört, dass das Auto sich selbst lokalisieren kann und seine eigene Startposition feststellen kann. Diese wird mit der aktuellen Ausrichtung des Autos dazu benutzt, den Startpunkt für den Algorithmus zu setzen. Das Dahlem Center for Machine Learning and Robotics hat dafür zwei verschiedene Varianten entwickelt, die sich kombiniert gegenseitig ergänzen können.

1. Odometrie

Anhand des Lenkwinkels und der Motordrehgeschwindigkeit kann die erwartete Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung berechnet werden. Mit dem im Auto verbauten Gyroskop werden Lageänderungen entlang jeder Achse gemessen. Aufgrund mechanischer Beschränkungen und Ungenauigkeiten sind Messungen mithilfe der Odometrie nie ganz exakt und somit kann eine so bestimmte Position mit der Zeit von der tatsächlichen Position abweichen.

2. Visuelles GPS

Da es innerhalb von Gebäuden Schwierigkeiten mit der genauen Positionsbestimmung via GPS gibt, wurde mithilfe von vier Lampen, die an der Decke angebracht wurden, ein visuelles GPS simuliert. Diese vier Lampen leuchten in unterschiedlichen, gut erkennbaren Farben und werden mit der Fischaugenkamera, die zur Decke ausgerichtet ist, erfasst. Anhand der Lage der Lampen zueinander und wie die Fischaugenkamera diese sieht, kann die Position des Autos bestimmt werden.

Dazu muss jedoch gesagt werden, dass das eindeutige Erkennen der Lampen nur unter guten Bedingungen (Lichtverhältnisse, alle 4 Lampen im Bild) möglich ist.

2. Grundlagen

2.5.2 Low-Level-Planer

Das Dahlem Center for Machine Learning and Robotics entwickelte den Low-Level-Planer "fub controller", der für die Steuerung der Motoren zuständig ist. Dieser Planer lauscht auf das *Topic* "planned_path". Auf "planned_path" kann eine *Trajektorie* publiziert werden, die dann mithilfe des Low-Level-Planers vom Auto abgefahren wird. Dabei kümmert sich dieser Planer allerdings nicht um etwaige Hindernisse, die mit dem Auto kollidieren könnten, sondern fährt nur die Trajektorie ab. Somit muss der Pfadplaner selbst alle Kollisionen mit Hindernissen ausschließen.

Das Format der *Trajektorie* wurde von der Arbeitsgruppe der FU Berlin definiert und besteht aus

- `std_msgs/Header`: Hier wird die aktuelle Zeit gespeichert.
- `string child_frame_id`: Koordinatensystem, in dem die Trajektorie eingebettet wird.
- `fub_trajectory_msgs/TrajectoryPoint[] trajectory`: Eine Liste aus Trajektorie-Punkten.

Ein Trajektorien-Punkt symbolisiert einen abzufahrenden Knotenpunkt und besteht wiederum aus

- `geometry_msgs/Pose pose`: Hier sind Position und Orientierung des Autos gespeichert.
- `geometry_msgs/Twist velocity`: Hier wird die Geschwindigkeit des Autos an diesem Punkt gespeichert.
- `geometry_msgs/Twist acceleration`: Hier wird die Beschleunigung des Autos an diesem Punkt gespeichert.

Die Position wird in x-Position und y-Position ausgehend von einer Ecke des Raumes angegeben. Die Orientierung wird durch ein *Quaternion* dargestellt, bei dem durch vier Werte die Drehung in jeder Richtung des Raumes genau bestimmt ist. Allerdings genügt uns die Drehung um die z-Achse, also die Drehrichtung über die Vertikalachse, weshalb dieses Quaternion in einen Winkel, der sogenannten Gierung(engl. *yaw*), umgerechnet wird.

2.6 Datenstruktur

Um die Anwendung in Echtzeit zu nutzen, muss die Geschwindigkeit des RRT* Algorithmus sehr hoch sein. Der gesamte Algorithmus, bestehend aus Aufbau des Baumes, Rewiring, dem Finden einer gültigen Trajektorie vom Start zum Ziel und Vermeiden von Hindernissen sollte nicht mehr als 250 Millisekunden brauchen. Dadurch wird gewährleistet, dass auch sich bewegende Hindernisse stets erkannt werden und der Pfad des Autos gültig bleibt.

RRT* erzeugt n Punkte. Jeder dieser Punkte sucht zuerst seinen nächsten Nachbarn, dann wird der Punkt an den Baum projiziert und dem Baum hinzugefügt. Am Ende

wird der Baum neu verknüpft.

Unter der Voraussetzung, dass die Suche des nächsten Nachbarn in der Zeit $O(\log n)$ zu bewerkstelligen ist, hat RRT* eine Laufzeit von $O(n \log n)$. Dies ist jedoch nur durch die Wahl einer passenden Datenstruktur zu erreichen, die *k-nearest neighbour* Suche und *radius k-nearest neighbour* in $O(\log n)$ durchführen können.

Es existieren bereits viele wissenschaftliche Untersuchungen und auch empfohlene Datenstrukturen, wie zum Beispiel k-d-Bäume [2]. Leider benötigt der RRT* Algorithmus eine dynamische Datenstruktur, da Punkte erst nach und nach hinzugefügt werden. Das Hinzufügen eines Punktes muss somit auch in logarithmischer Zeit gewährleistet sein.

Aufgrund fehlender Implementierungen und Mangel an Zeit zum Erstellungszeitraum dieser Arbeit konnte eine solche Datenstruktur nicht mehr im Zusammenhang mit dieser Arbeit implementiert werden. Der alternative Versuch, mit Hilfe der Bibliothek nanoflann [4] die Knoten in einen k-d-Baum zu verwenden, scheiterte an der fehlenden dynamischen Unterstützung.

Deshalb wurde versucht, eine einfachere Datenstruktur mit den ersehnten Eigenschaften zu entwerfen. Dazu wurde ein einfaches Gitter implementiert, deren Achsen die x- und y-Werte des einzufügenden Punktes repräsentierten. Dadurch fallen Punkte, die nah beieinander sind, in die gleiche oder benachbarte Zellen. Je nach Wahl der Größe der Zellen müssen nur die Knoten der Zelle selbst und der Nachbarzellen überprüft werden. Ein weiterer Vorteil des Gitters ist das schnelle Einfügen eines Knotens: Dadurch dass das Gitter statisch bleibt, können Arrays als Rahmen gewählt werden und die Laufzeit zum Einfügen von Knoten liegt bei $O(1)$.

Im optimalen Fall muss bei der *k-nearest neighbour* Suche nur die Zelle, worin der Knoten liegt, sowie alle acht angrenzenden Zellen untersucht werden. Solange sich allerdings nur sehr wenige Knoten im Gitter befinden, muss unter Umständen das gesamte Gitter nach Nachbarn abgesucht werden, was die Laufzeit stark verschlechtert. Innerhalb einer Zelle sind die Knoten in einer Liste gespeichert. Sollten sehr viele Knoten in eine Zelle fallen, dauert das Durchsuchen dieser Zelle sehr lange. Wird also die Zellgröße groß gewählt, dauert das Durchsuchen einer Zelle lange, wird sie klein gewählt, müssen zu viele Zellen durchsucht werden.

Aufgrund einer zu hohen Laufzeit und Fehleranfälligkeit wurde das Gitter verworfen und zur Speicherung der Knoten eine einfache Liste gewählt. Dadurch hat der Algorithmus zwar eine Laufzeit von $O(n^2)$, dafür waren die Fehleranfälligkeit und der zeitliche Implementierungsaufwand nicht so hoch.

2.7 Sonstige verwendete Software

Anfangs wurde in der Programmiersprache Python programmiert. Zur Verbesserung der Geschwindigkeit wurde jedoch schnell zu C++ gewechselt. Als Entwicklungsumgebung wurde Eclipse mit dem CDT-Plugin gewählt.

Zur Berechnung der Vektorarithmetik wurde die C++ Headerbibliothek Eigen3 verwendet.

Nachdem die notwendige Infrastruktur und verwendete Software erläutert wurde, folgt eine kurze Betrachtung der kinematischen und physikalischen Einschrän-

2. Grundlagen

kungen, denen das AutoNOMOS Mini v3 unterworfen ist. Anschließend wird sich im Folgenden dem Kernstück der Arbeit, dem eigentlichen RRT*-Pfadplaner, gewidmet.

2.8 Kinematische und physikalische Einschränkungen

Im Gegensatz zu holonomischen Fahrzeugen, die sich ohne Einschränkungen in alle Richtungen des Raumes bewegen können, sind die möglichen Pfade eines nicht holonomischen Fahrzeug wie ein Auto nicht so einfach zu berechnen. Deshalb stellen wir zuerst ein mathematisches Modell des Autos auf und definieren die Randbedingungen, unter denen es agiert. Die mathematischen Definitionen der Randbedingungen und des Autos sind in der Bachelorarbeit von David Gödicke [9] gut beschrieben und werden hier übersetzt übernommen.

2.8.1 Randbedingungen

Die Position des Autos bezieht sich auf den Mittelpunkt zwischen den Hinterrädern mit den Koordinaten x und y . Der Winkel $\theta \in S, S = [0, 2\pi]$ steht für die Ausrichtung des Autos, der Winkel $\phi \in S$ für die Ausrichtung der Räder (=Lenkwinkel). Wir nehmen an, dass das Auto sich auf einer flachen Ebene bewegt. Somit ist der Arbeitsraum definiert durch $C = \mathbb{R} \times S$. Ein Zustand des Autos wird beschrieben durch $q \in C = (x, y, \theta)$.

Zur Vereinfachung der Rechnungen wird angenommen, dass die Räder bei Bedarf sich sofort, ohne Zeitverlust, in die gewünschte Position begeben. Da der Lenkwinkel keinen Einfluss auf den Momentanzustand des Autos hat, wird dieser in der Zustandsbeschreibung nicht aufgeführt. Zusätzlich kommt noch hinzu, dass das Auto zur Testzwecken bestimmte Geschwindigkeiten nicht überschreiten darf, sodass der minimale Kurvenradius nur durch den Lenkwinkel beschränkt ist und nicht auch noch zusätzlich durch die Geschwindigkeit.

Die durch den Algorithmus berechnete Trajektorie führt von der Startposition des Autos (Startknoten) über eine Anzahl von Knoten bis zu einem Zielknoten im Zielbereich. Jeder Knoten K ist definiert mit $K = (x, y, \theta, c, V)$. X und y sind die Koordinaten des Knotens, θ die Ausrichtung, die das Auto in diesem Knoten hätte. C sind die durch eine Kostenfunktion 3.2.5 berechneten Kosten, um vom Startzustand zu diesem Knoten zu gelangen und V ist der Vaterknoten.

2.8.2 Einschränkungen durch das Auto

Der Zustand des Autos kann durch Beschleunigung verändert werden. Ein negatives Beschleunigen entsteht beim Bremsen oder Rückwärtsfahren. Zusätzlich zu dieser einen Möglichkeit, den Zustand des Autos zu ändern, kann das Auto das Resultat der Beschleunigung ändern, indem der Lenkwinkel angepasst wird. Dieser reicht von ϕ_{max} bis $-\phi_{max}$, den maximalen Lenkwinkeln des Autos. Je nach Lenkwinkel i_ϕ , Geschwindigkeit i_g und Anfangsausrichtung des Autos θ ändern sich verschiedene Parameter des Zustandes $q(x, y, \theta)$:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= i_g \cos \phi \\ \dot{y} &= i_g \sin \phi \\ \dot{\theta} &= \frac{i_g}{L} \tan(i_\phi)\end{aligned}$$

L ist hierbei der Radstand, also der Abstand zwischen der Vorder- und der Hinterachse.

3 Umsetzung

Es gibt unterschiedliche Vorgehensweisen, einen RRT* zu bauen und neu zu verknüpfen. Besondere Bedeutung hat dabei, wie neu erzeugte Knoten dem Baum hinzugefügt werden. David Gödicke benutzte in seiner Bachelorarbeit zum Erreichen zweier Punkte innerhalb des Baumes Dubin curves [6] beziehungsweise Reed Sheep curves [15], sodass der neu hinzugefügte Knoten stets durch seinen Vater erreichbar ist [9]. Leider ist die Berechnung dadurch insgesamt zu aufwändig und zu langsam, was für Echtzeit-Szenarien im Straßenverkehr ein hartes Ausschlusskriterium ist. Deshalb konnte Goedicke diesen Ansatz nicht empfehlen [vergleiche 9, Kapitel 7].

Daher entschloss ich mich Varianten des RRT* zu untersuchen, bei denen das Auto direkt von Knoten zu Knoten fährt. Dadurch benötigt es nur eine Lenkeinstellung zwischen zwei Knoten und die Berechnung wird einfacher.

3.1 Übersicht

Hier werden vier verschiedene Ansätze vorgestellt, mit deren Hilfe das Auto mit dem RRT* Algorithmus von der Startposition in den Zielbereich kommt.

1. Erster Ansatz: Nicht erreichbare Knoten werden dem Baum nicht hinzugefügt. Kostenfunktion berücksichtigt Lenkänderungen. Rewiring findet Rekursiv statt.
2. Zweiter Ansatz: Alle Knoten sind erreichbar, aber nur außerhalb der Wendekreise. Kostenfunktion berücksichtigt Lenkänderungen.
3. Dritter Ansatz: RRT* ohne Einschränkungen durchgeführt, das heißt alle Knoten sind gültig. Am Ende wird ein Pfad vom Ziel zum Startknoten erstellt, der abfahrbar ist.
4. Vierter Ansatz: Nicht erreichbare Knoten werden dem Baum nicht hinzugefügt. Kostenfunktion berücksichtigt Lenkänderungen. Rewiring wird nur bei dem Knoten mit der besten Kostenersparnis durchgeführt.

Dabei müssen diese Ansätze folgende Bedingungen erfüllen:

1. Garantie der Abfahrbarkeit: Das Auto muss in der Lage sein, der berechneten Trajektorie zu folgen. Da das Auto die Punkte innerhalb der Wendekreise nicht erreichen kann, wie in Abbildung 5 grafisch dargestellt, muss sichergestellt werden, dass diese Punkte nicht als Kindknoten gewählt werden können.

3. Umsetzung

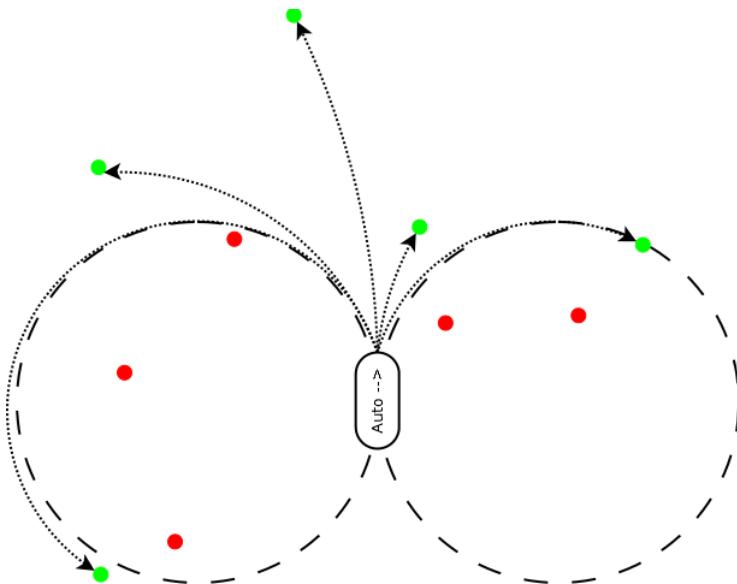


Abbildung 5: Erreichbare und nicht erreichbare Punkte vom Auto aus

2. Geringe Kosten: Es muss nicht der optimale Pfad gefunden werden, aber er sollte zumindest asymptotisch optimal sein.
3. Niedrige Berechnungsdauer: Da der Algorithmus mehrmals pro Sekunde ausgeführt werden soll, sind Ausführzeiten über 250 Millisekunden nicht tolerierbar. Bei Messungen der Ausführzeit muss jedoch auch die Wahl der Datenstruktur, Metrik und die Art der Implementierung berücksichtigt werden, da diese zusätzlich die Laufzeit verändern können.

Die vier Ansätze werden anhand der obigen Kriterien untersucht und bewertet.

3.2 Erster Ansatz

Ziel ist es hier, nur Knoten hinzuzufügen, die vom jeweiligen Vaterknoten auch erreichbar sind. Um eine bessere Laufzeit zu erreichen, wurde schon bei der Suche des nächsten Nachbarn eine Vorauswahl getroffen und ein Großteil der nicht vom Baum erreichbaren Knoten aussortiert. Bei der tatsächlichen Bestimmung des Vaterknotens werden dann mithilfe eines genaueren Mechanismus nur Knoten berücksichtigt, von denen aus der neu hinzugefügte Knoten erreicht werden kann.

Nach dem Setzen des Vaterknotens werden mit einer Kostenfunktion die Kosten berechnet, um diesen Knoten zu erreichen. Zum Schluss findet das Rewiring, das neu verknüpfen des Baumes, statt.

3.2.1 Vorauswahl

Diese beinhaltete, bei der Erstellung des RRT* vom Auto nicht erreichbare Knoten gar nicht erst zuzulassen. Das Auto sollte also von einem Knoten zum nächsten mit nur einer Lenkeinstellung direkt fahren können. Dies sollte die Berechnungszeit stark verringern.

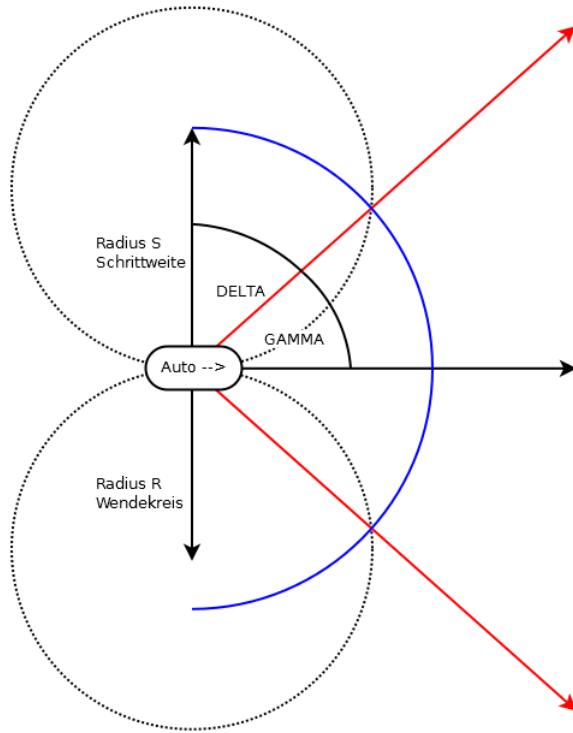


Abbildung 6: Bedeutung der Schrittweite und Radius für den Winkel Gamma

Zum Ausschluss der Knoten verwendete ich zuerst eine Heuristik: Ein nächster Nachbar N für einen neu hinzugefügten Knoten K kam nur dann in Frage, falls dieser den neu hinzugefügten Knoten K auch erreichen konnte. Dazu wurde die Ausrichtung des Autos im potenziellen Elternknoten N mit dem Richtungsvektor zwischen den beiden Knoten verglichen. Somit war K gültig, falls der Winkel zwischen der Ausrichtung von N und dem direktem Weg zum Knoten K (Richtungsvektor) einen bestimmten Wert γ nicht überschritt (siehe Abbildung 6). γ direkt zu berechnen war nicht ohne weiteres möglich, doch mit Hilfe des Kosinussatzes konnte der Winkel δ berechnet werden. Dieser berechnet sich aus dem Radius R des Wendekreises des Autos und der verwendeten Schrittweite, also dem maximalen Abstand zwischen zwei Knoten. Der Knoten K wurde im ersten Schritt als gültig erkannt, wenn für die Differenz zum Winkel des Elternknoten galt:

$$\begin{aligned} \text{diff}(K, N) &< \gamma \\ \gamma &= 90^\circ - \delta \\ \delta &= \arccos\left(\frac{\text{Schrittweite}}{2R}\right) \end{aligned}$$

Alle Knoten außerhalb dieses Winkels würden bei der Projektion im Wendekreis des Autos landen, wie in Abbildung 7 zu sehen. Diese in der Abbildung rot gefärbten Knoten werden verworfen.

3. Umsetzung

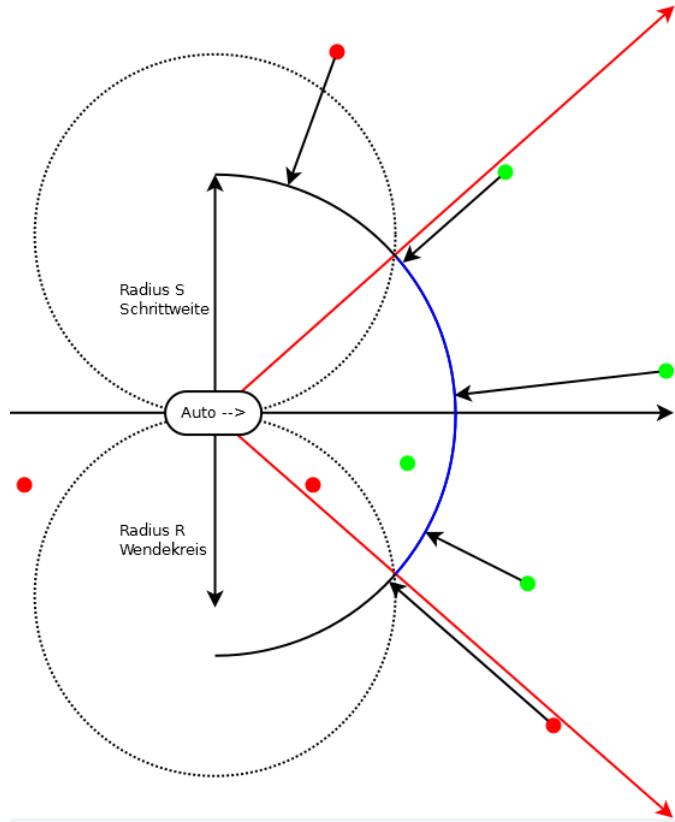


Abbildung 7: Projektion der Punkte auf Schrittweite

3.2.2 Auswahl des Vaterknotens

Als nächster Schritt wird, wie in Kapitel 2.2 geschildert, der Knoten K an den nächsten (gültigen) Nachbarn N projiziert und der Vaterknoten bestimmt. Sollte der Knoten näher am Vaterknoten dran sein, als die Schrittweite ist, wird der Knoten nicht projiziert, da sonst alle Knoten zu ihrem Vaterknoten den gleichen Abstand hätten und bestimmte Bereiche somit nicht auf optimalen Weg erreichbar wären. Da innerhalb der Schrittweite durch den maximalen Lenkwinkel des Autos selbst die Knoten, die vom Winkel her gültig sind, nicht erreichbar sein können, ist eine zusätzliche Überprüfung für diese Knoten notwendig (siehe Abbildung 7).

Da der maximale Lenzwinkel eines Autos vorgegeben ist, hängt also die Erreichbarkeit des Knotens allein von der Schrittweite ab. Mit dieser kann auch vorgegeben werden, um wie viel Grad sich die Ausrichtung des Autos bei einem Schritt ändern darf und ob beispielsweise Kehren erlaubt sind. Dabei muss jedoch beachtet werden: Bei einer zu kleinen Schrittweite werden viele Knoten verworfen und es werden kaum enge Kurven möglich sein. Bei einer zu großen Schrittweite werden sehr kurvige Trajektorien entstehen, sodass z.B. Hinderniserkennung nicht mehr so einfach ist.

3.2.3 Bestimmung des Vaterknotens

Nachdem der Knoten an seinen nächsten Nachbarn projiziert wurde, wird nun aus allen nächsten Nachbarn innerhalb eines Radius R der mit den besten Kosten gewählt.

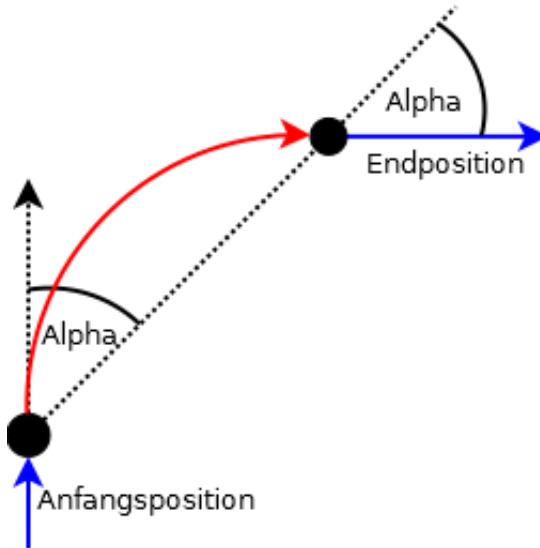


Abbildung 8: Berechnung der Ausrichtung

Im Verfahren zur Bestimmung des nächsten Nachbarn, siehe 3.2.1, wurde nicht beachtet, dass der neue Knoten innerhalb der Wendekreise des Autos liegen könnte. Es ist dem Auto aber nicht möglich, vom Vaterknoten N zum Knoten K zu fahren, wenn K im Wendekreis des Autos liegt.

Für jeden Knoten im Radius R wird geprüft, ob dieser Knoten unseren neuen Knoten K erreichen kann. Das wird ausgerechnet, indem vom potentiellen Vaterknoten N aus zwei Mittelpunkte der Wendekreise bestimmt werden. Wenn der Abstand von K zu diesen Mittelpunkten kleiner ist als der Radius der Wendekreise, liegt K im Wendekreis und ist nicht erreichbar. Damit kommt N als Nachbar nicht in Frage. Falls kein nächster Nachbar im Radius R den Knoten K erreichen kann, wird K verworfen.

Nachdem erfolgreich ein Vaterknoten bestimmt und dem neu hinzugefügtem Knoten K zugewiesen wurde, muss noch die Ausrichtung oder Orientierung bestimmt werden, die das Auto im Knoten K hat.

3.2.4 Bestimmung der Orientierung

Da das Auto im Vaterknoten N eine bestimmte Ausrichtung hat und mit nur einer Lenkeinstellung zum nächsten Knoten K gelangt, ist dort die Ausrichtung dadurch festgelegt und berechnet sich aus der Ausrichtung des Vaterknotens, Winkel θ , und dem Winkel zwischen der Ausrichtung des Vaterknotens und dem Richtungsvektor von N nach K. Wie in der Abbildung 8 zu sehen ist, berechnet sich die Ausrichtung ω des neuen Knotens K folgendermaßen:

$$\theta + 2\pi - 2 * \alpha = \omega$$

3.2.5 Kostenfunktion

Eine besondere Bedeutung zur Erzeugung einer „guten“ Trajektorie kommt der Kostenfunktion zu. Diese sorgt nicht nur dafür, welcher Knoten als Vaterknoten ausgewählt wird, sondern spielt auch beim Neuverknüpfen des Baumes eine Rolle. Somit

3. Umsetzung

kann mithilfe der Kostenfunktion für besonders gut abfahrbare oder besonders kurze Pfade gesorgt werden.

Da durch die Orientierung des Vaterknotens die Orientierung des Kindknotens bereits festgelegt ist (siehe Abbildung 8), können aus eigentlich geraden Strecken sehr ungünstige Pfade entstehen.

In Abbildung 9 wird auf der linken Seite der euklidische Abstand als Kostenfunktion benutzt. Knoten C wählt aus B1 und B2 den nächsten Nachbarn aus, das ist B2. Leider entsteht dadurch eine sehr kurvige Route, bei der vom fast maximalen Lenkeinschlag nach rechts auf den maximalen Lenkeinschlag der anderen Seite gewechselt werden muss. Neben Nachteilen des Komforts, der Sicherheit und der Länge des Weges wird auch die Ungenauigkeit höher. Anfangs wurde angenommen, dass der Lenkwinkel sich sofort ändern kann. Während bei kleinen Änderungen diese Annahme nur für kleine Fehler sorgt, sind die Auswirkungen bei solch starken Änderungen deutlicher spürbar.

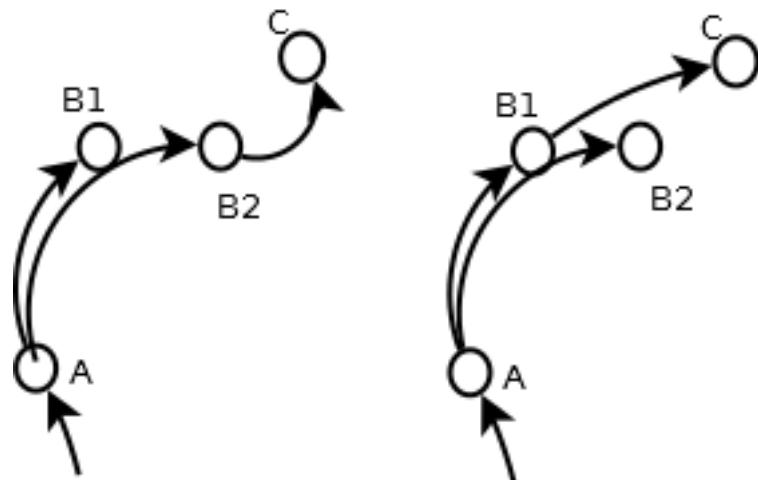


Abbildung 9: Euklidische Kostenfunktion (rechts) gegenüber der erweiterten Kostenfunktion (links)

In Abbildung 9 auf der rechten Seite wurde eine bessere Kostenfunktion gewählt, sodass über B1 gehend ein effizienterer, kürzerer Pfad entsteht. Die Kostenfunktion muss dabei die Ausrichtung des Autos beim Vaterknoten N berücksichtigen.

Es wurde eine Kombination aus dem euklidischem Abstand und der Winkeldifferenz der Knoten K und N zur Kostenberechnung benutzt. Die Kosten berechnen sich dann wie folgt:

$$cost(K) = cost(N) + eukl.\text{Abstand}(K, N) * (1 + \text{Winkeldifferenz})$$

Bei einer geraden Strecke wird lediglich der euklidische Abstand als Kosten aufsummiert, bei einer Kehre von 180° bis zum vierfachen der euklidischen Kosten (Winkeldifferenz $\pi + 1$).

Starke Kurven, also mit kleinem Kurvenwinkel, sind auf größerer Strecke weniger schlimm. Nachteil dieser Kostenfunktion ist, dass das nicht berücksichtigt wird. Mit anderen Worten, das Fahren genau auf den minimalen Wendekreisen ist meist weniger angenehm beziehungsweise optimal als das Fahren auf weiten Kreisen, auch

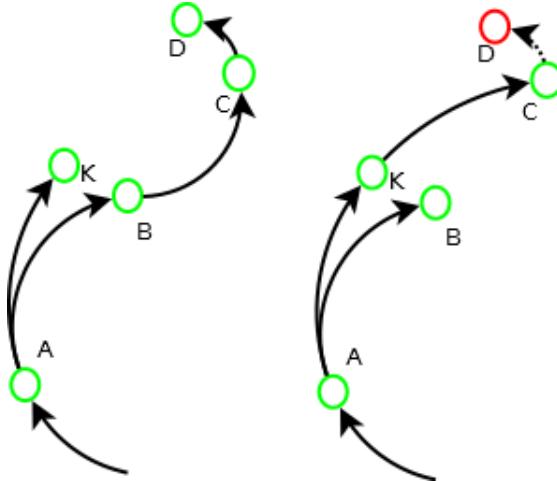


Abbildung 10: Knoten K wird neuer Nachbar von C - Knoten D kann nicht mehr erreicht werden

wenn beide Pfade die gleiche Winkeldifferenz haben. Das Problem hierbei ist, dass ein kleinerer Kreis geringere euklidische Kosten hat und demzufolge gegenüber dem größeren Kreis bevorzugt wird. Eine andere Möglichkeit wäre auch, die tatsächliche zu fahrende Strecke des Autos zu benutzen anstatt des euklidischen Abstands und dadurch effizientere Pfade zu bevorzugen. Eine andere Möglichkeit ist, zu harte Richtungsänderungen zu bestrafen und kleine $\Delta\theta$ zu bevorzugen.

3.2.6 Rewiring

Der Knoten K wurde neu in den Baum hinzugefügt. Nun wird überprüft, ob bereits vorhandene Knoten besser erreichbar sind, wenn der Weg über K gewählt wird (siehe 2.2.1). Dazu werden zunächst im Radius R alle in Frage kommenden Nachbarn ausgewählt. Diese Menge wird hier als M bezeichnet. Von M aussortiert werden alle, die entweder vom Knoten K aus nicht erreichbar sind (gleiche Überprüfungen wie in 3.2.2) oder aber bei denen K keine Verbesserung bewirkt, also die Kosten - über den Knoten K - gleich oder höher sind.

Wenn man allen in M enthaltenen Knoten einfach K als Vater hinzufügen würde, müsste jeweils die Orientierung der Knoten in M, der Winkel θ , geändert werden. Das Auto gelangt auf anderem Wege zu diesen Knoten und hat somit eine andere Ausrichtung als vorher. Allerdings kann es dadurch vorkommen, dass, wenn der Knoten $C \in M$ eine neue Orientierung hat, Kinder von C nicht mehr durch C erreichbar sind (siehe Abbildung 10). Deshalb wird, anstatt die Orientierung zu ändern, einfach ein neuer Knoten hinzugefügt, der zwar die gleichen Koordinaten hat wie C, aber eine andere Orientierung. Dies wird mit allen von K erreichbaren Knoten durchgeführt. Alle somit zum Baum neu hinzugefügten Knoten sind durch K besser erreichbar. Dadurch werden allerdings keine Pfade verbessert, was eine Voraussetzung für die in 2.2.2 genannte asymptotische Optimalität ist.

Die einzige vollständige Maßnahme wäre, für jeden so neu hinzugefügten Knoten

3. Umsetzung

ebenfalls das Rewiring durchzuführen, da ein durch diesen Knoten andere eventuell durch bessere Pfade erreichbar ist. Dadurch braucht man jedoch sehr viel Zeit, da der ganze Baum z.T. mehrfach neu verknüpft wird. Im schlechtesten Fall wäre die Laufzeit dabei exponentiell, da jeder Knoten alle seine Nachbarn neu verknüpfen könnte.

3.2.7 Bewertung

Leider kann diese Herangehensweise nur zwei von den drei geforderten Anforderungen erfüllen. Die Abfahrbarkeit der Trajektorie ist in jedem Fall gewährleistet. Die asymptotische Optimalität kann jedoch nur gewährleistet werden, wenn das Rewiring komplett durch den ganzen Baum rekursiv, das heißt auf jeden durch das Rewiring neu hinzugefügten Knoten, angewendet wird. Dadurch entstehen exponentielle Laufzeiten, sodass der Aufbau des Baumes mehrere Sekunden in Anspruch nimmt, was auch durch Optimierung des Codes und der Datenstruktur nicht zu kompensieren ist.

Deshalb ist dieser Ansatz für den produktiven Einsatz nicht geeignet.

3.3 Zweiter Ansatz

Auf dem ersten Ansatz aufbauend wurde der zweite entwickelt. Das Problem des ersten war, dass das Rewiring nicht richtig durchgeführt werden konnte, weil sonst Knoten ungültig wurden.

Theoretisch kann ein Auto mit nur einer Lenkeinstellung alle Punkte außerhalb der Wendekreise erreichen. Das Problem der Nichterreichbarkeit könnte also dadurch behoben werden, dass nur Knoten in einem bestimmten Abstand - so dass sie nicht innerhalb der Wendekreise sind - als Vaterknoten erlaubt sind.

3.3.1 Veränderungen

Die im ersten Ansatz beschriebene Vorauswahl fällt weg, da erstmal jeder Knoten erreichbar ist. Bei der Projektion an den nächsten Nachbarn muss darauf geachtet werden, dass der Projektionsabstand größer als der Durchmesser der Wendekreise ist. Die Auswahl des Vaterknotens findet nur außerhalb eines bestimmten Kreises statt, da im Inneren je nach Ausrichtung des Autos nicht alle Punkte erreichbar sind. Der Radius des Kreises entspricht dem Durchmesser der Wendekreise des Autos. Je nachdem, wo die Punkte erzeugt wurden, werden sie auf die Schrittweite projiziert, wie in Abbildung 11 zu sehen ist.

Dadurch gibt es keine ungültigen Punkte in der Trajektorie. Wenn das Rewiring durchgeführt wird, wird in allen Knoten, die durch den neu hinzugefügten Knoten besser erreichbar sind, die Ausrichtung neu berechnet, wie in 2.2.1 beschrieben. Als Kostenfunktion kann nur der euklidische Abstand verwendet werden, da die Ausrichtung veränderlich ist.

Die Abstände zwischen zwei so verbundenen Knoten sind sehr groß, was die Vermeidung von Hindernissen schwierig macht.

Auch können kurvige Trajektorien durch z.B. eine Kostenfunktion nicht vermieden werden, da die Kostenfunktion dazu die Ausrichtungen in einem Knoten benötigen

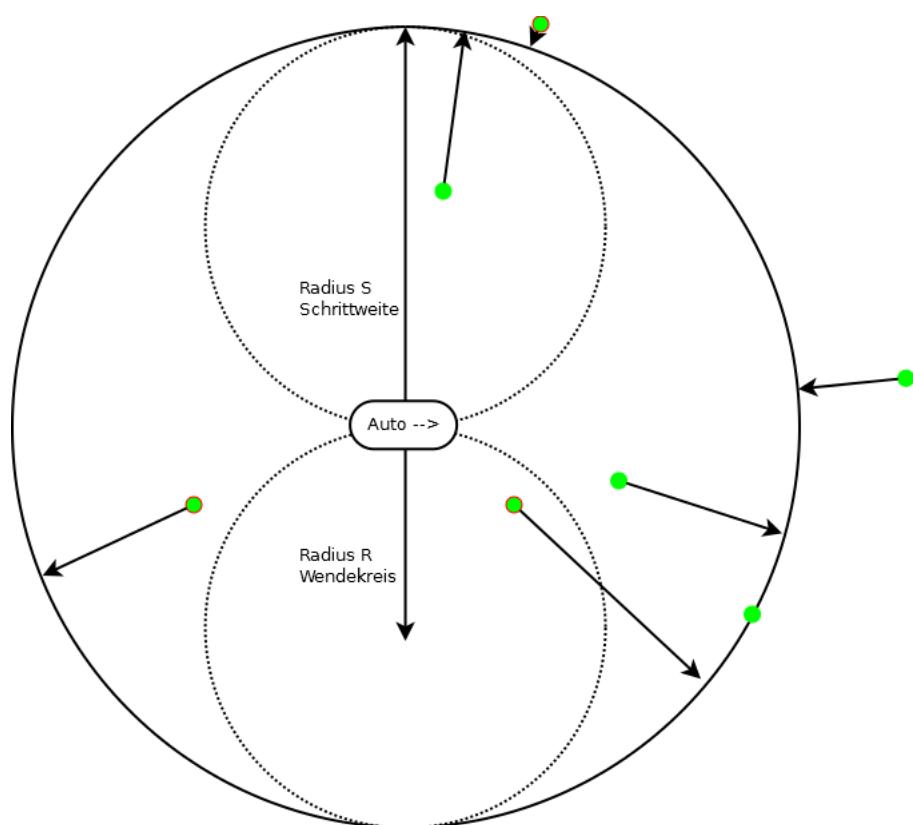


Abbildung 11: Je nach dem, wo der Punkt erzeugt wurde, wird er auf Schrittweite verschoben

3. Umsetzung

würde, um die Änderung der Orientierung zu bestimmen. Diese Ausrichtungen können zwar bestimmt werden, ändern sich jedoch mit jeder Neuverknüpfung. Alle Kosten jedes Mal neu zu berechnen, würde mit $O(n)$ viel zu lange dauern.

3.3.2 Bewertung

Wie beim ersten Ansatz ist die entstehende Trajektorie vom Auto abfahrbar, hat also keine unerreichbaren Knoten. Die Geschwindigkeit des Algorithmus hat sich im Gegensatz zum ersten Ansatz stark verbessert und für die Rewiring Operation wird nur noch $O(\log n)$ Zeit benötigt. In Tests lag die Laufzeit für 1000 Knoten zwar bei 800 Millisekunden, dies lag jedoch hauptsächlich an der nicht optimierten Datenstruktur. Bei besserer Programmierung wird eine Laufzeit von deutlich unter 250 Millisekunden erwartet.

Die Pfade können zwar durch das Rewiring optimiert werden, jedoch entstehen große Herausforderungen bei der Hindernisvermeidung. Außerdem können kleine Zielbereiche nur über Umwege erreicht werden, da sie sonst aufgrund der Schrittweite einfach übersprungen werden. Ein weiterer Nachteil ist, dass kurvige Trajektorien nicht aktiv vermieden werden, da die Kostenfunktion nur auf den Koordinaten der Knoten basieren kann. Somit sind beim Auto auf dem Weg zum Ziel Schlangenlinien zu erwarten und der Pfad ist in diesem Sinne nicht optimal.

3.4 Dritter Ansatz

Bei diesem Ansatz soll erst im Nachhinein ein abfahrbarer Pfad erzeugt werden. Dazu wird der RRT* Algorithmus ohne Berücksichtigung der Ausrichtung θ ausgeführt. Dadurch, dass keine Einschränkungen gemacht werden, terminiert der Algorithmus schnell. Zur Berechnung der Kosten eines jeden Knoten wird eine Kostenfunktion $c(K)$ verwendet. Sei K ein Knoten und V der Vater dieses Knotens: $c(K) = c(V) + \text{euklid.dist}(K, V)$

3.4.1 Erzeugung der Trajektorie

Es wird der Zielknoten Z ausgewählt. Für diesen Knoten Z wird die Menge M aller Knoten in einem Kreis um Z gebildet. Aus der Menge M wird der Vaterknoten V bestimmt, dessen Gesamtkosten am geringsten ist. Dabei wird zur Berechnung der Gesamtkosten auch die Änderung der Ausrichtung, um zu diesem Zielknoten zu gelangen, berücksichtigt, ähnlich wie in der Kostenfunktion des ersten Ansatzes.

Nach einer Laufzeit von maximal $O(n \log n)$ ist der Startknoten erreicht. Dadurch, dass vom Zielknoten aus gestartet wurde, kann es sein, dass das Auto vom Startknoten aus den ersten Knoten der Trajektorie gar nicht oder nicht mit der richtigen Orientierung erreichen kann. Deshalb werden für den ersten Schritt Dubin curves verwendet, mit denen das Auto einen beliebigen Punkt mit beliebiger Ausrichtung erreichen kann. Nach diesem ersten Schritt kann das Auto jeden Knoten mit nur einer Lenkeinstellung erreichen.

3.4.2 Bewertung

Durch RRT* und die Kostenfunktionen wird durch diesen Algorithmus nicht nur eine gültige Trajektorie erzeugt, sondern auch eine, bei der unnötige Kurven vermieden werden. Die Laufzeit liegt mit $O(n \log n)$ in einem vertretbaren Rahmen.

Bei der Problembeschreibung (3.1) wurde festgesetzt, dass der Algorithmus mindestens vier Mal pro Sekunde durchgeführt werden soll. Es ist zu erwarten, dass das Auto mehr als 250 Millisekunden braucht, um auf den vorgeschlagenen Pfad zu kommen, also den ersten Knoten mit korrekter Ausrichtung zu erreichen. Nach 250 Millisekunden wird jedoch ein komplett neuer Baum aufgebaut, sodass alle aufwändigen Berechnungen, um eine gute Trajektorie zu erstellen, umsonst waren. Somit wird das Auto stets nur den ersten Teil mit den Dubins curves abfahren, was den ganzen Sinn des Algorithmus in Frage stellt.

Dieser Ansatz ist also so ausgeführt nicht sinnvoll. Eine Möglichkeit wäre, den Baum wiederzuverwenden und somit auch die erzeugte Trajektorie. Allerdings muss dafür die Datenstruktur das sogenannte Prunning, also Abtrennen von Ästen des Baumes, unterstützen, um keine nicht erreichbaren Knoten und deren Kinder zu verwenden. Ohne diese Datenstruktur ist ein weiteres Vertiefen in diesen Ansatz nicht sinnvoll.

3.5 Vierter Ansatz

Nach dem erfolglosen Beschäftigen mit dem dritten Ansatz wurde der Fokus wieder mehr auf den ursprünglichen Ansatz und das Rewiring gelegt. Ziel war es nun, anstelle des rekursiven Rewiring eine andere, schnellere und trotzdem asymptotisch optimale Lösung zu finden.

3.5.1 Rewiring

Das Problem war, dass mit jedem Rewiring eine große Anzahl an Knoten hinzugefügt wurde, auch wenn diese zum Teil nur marginale Verbesserungen boten, und, dass jeder so hinzugefügte Knoten jeweils auch eine Rewiring Operation auslöste.

Anstatt für jeden Knoten, der durch das Rewiring besser erreichbar ist, einen neuen Knoten hinzuzufügen (2.2.1) wird nur dem Knoten K ein neuer Knoten hinzugefügt, bei dem die Auswirkungen am größten sind. Dazu werden die Kosten von K mit den Kosten verglichen, die ein neu hinzugefügter Knoten an der Position von K hätte. Dies wird mit allen Knoten im Radius R durchgeführt und beim Paar mit der größten Differenz wird tatsächlich ein neuer Knoten hinzugefügt.

Das Ganze wird verdeutlicht an einem Beispiel in Abbildung 12. Hier wird Knoten K neu hinzugefügt. In der Liste der Erreichbaren Knoten stehen B und C. Weil bei B keine Kostenverbesserung stattfindet, ist bei C die Differenz zwischen alten Kosten und Kosten eines neuen Knotens an dieser Position am geringsten. Deshalb wird nun mit den gleichen Koordinaten wie C ein neuer Knoten C_2 erstellt. Nun wird überprüft ob C_2 weitere Knoten verbessern kann. Da dies nicht der Fall ist, endet das Rewiring und der Algorithmus fährt normal fort.

Das Rewiring wird so lange durchgeführt, bis kein Knoten mehr gefunden wird, dessen Kosten durch Neuverknüpfung geringer wären. Bei einer geeigneten Wahl der

4. Ausblick und Fazit

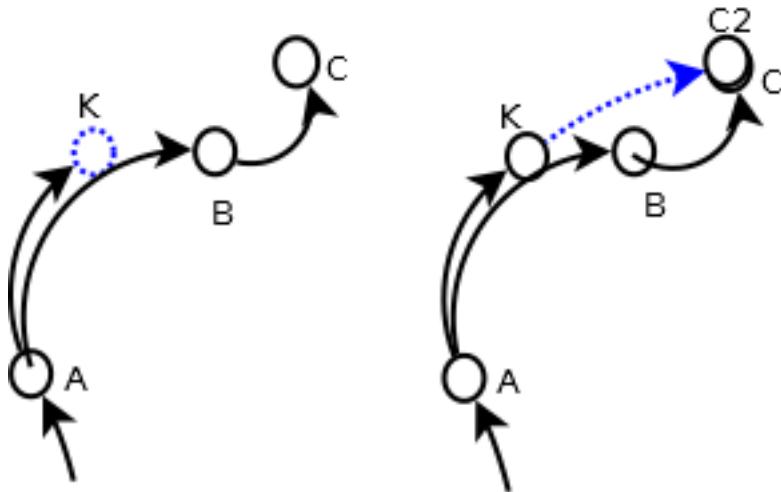


Abbildung 12: Rewiring

Schrittweite (nicht zu groß, 3.2.2) kann dies relativ schnell eintreten, weil gar nicht so viele in Frage kommen.

Damit nicht immer beim gleichen Knoten das Rewiring durchgeführt wird, weil die Kostendifferenz bei diesem Knoten immer am höchsten ist, werden im alten Knoten auch die Kosten des neuen Knotens, der die gleichen Koordinaten hat, gespeichert. Beim Rewiring wird ein Knoten mit diesen Koordinaten nur dann hinzugefügt, falls dessen Kosten geringer sind als die aller Knoten mit diesen Koordinaten.

3.5.2 Bewertung

Der Vorteil dieses Mechanismus ist, dass mögliche Optimierungen schnell durch den Baum wandern und keine Knoten ungültig werden. Außerdem müssen nicht so viele randomisierte Punkte erzeugt werden, was der Laufzeit zu Gute kommt.

Nachteile sind allerdings eine geringere Anzahl von räumlich verteilten Punkten (es liegen Punkte „übereinander“). Zudem kann dieses Verfahren viel Zeit beanspruchen, ohne viel Effekt zu haben, wenn bereits viele Punkte im Baum existieren und Bereiche weit abseits der Zielregion neu verknüpft werden.

Abschließend kann man sagen, dass von allen vier Ansätzen dieser der am meisten vielversprechende ist. Es werden nicht nur gültige Pfade gefunden, sondern auch optimale, die in besserer Zeit berechnet werden können als im ersten Ansatz. Trotzdem ist dieser von der Laufzeit her trotzdem deutlich verbessert, in aktuellen Tests liegt die Laufzeit bei 1.4 Sekunden.

4 Ausblick und Fazit

Ziel der Arbeit war es, aufbauend auf der Bachelorarbeit von David Goedicke [9] einen Pfadplaner mithilfe von RRT* zu entwickeln, dessen Knoten Positionen des Autos symbolisieren. Dabei wird eine Trajektorie aus Knoten erstellt, von deren Punkten das Auto den jeweils nächsten Punkt mit nur einer Lenkeinstellung erreichen kann.

Folgende Schritte wurden dabei durchgeführt:

1. Analyse des Problems, Vorstellung eines Lösungsansatzes, dieses Problem zu lösen
2. Erstellen eines einfachen Prototypen in Python, ohne schwierige Bereiche (Rewiring) zu berücksichtigen
3. Umschreiben des Prototypen nach C++ zwecks erhoffter Performanceverbesserung
4. Versuch, Prototyp in die ROS Infrastruktur zu integrieren und zu testen, mehrfaches Scheitern
5. Überarbeiten der Theorie, nachdem festgestellt wurde dass der Prototyp so nicht funktionieren kann
6. Mehrfaches neues Überarbeiten der Theorie und anschließend des Prototypens, um auf Probleme in der Theorie zu reagieren

Es wurde überprüft, ob die Geschwindigkeit so verbessert werden kann, dass der Algorithmus mehrfach pro Sekunde ausgeführt werden kann, ob die Trajektorie abfahrbar ist und ob ein asymptotisch optimaler Pfad gebildet wird.

Nachdem vier verschiedene Ansätze untersucht wurden, hat sich herausgestellt, dass keiner dieser Ansätze in der Lage war, alle drei Bedingungen zufriedenstellend zu erfüllen. Allerdings konnte die Laufzeit beim vierten Ansatz gegenüber dem ersten Ansatz deutlich verbessert werden. Auch konnten die anderen Bedingungen, wie die Abfahrbarkeit der Trajektorie und die asymptotische Optimalität, erfüllt werden. Dennoch wird nicht empfohlen, den RRT*-Algorithmus so zu programmieren, dass man mit jeweils einer Lenkeinstellung zum nächsten Punkt kommt. Die zu hohen Laufzeiten verhindern leider einen praktischen Einsatz dieser Ansätze.

4.1 Ausblick

Allerdings gibt es im Kontext mit RRT* viele weitere mögliche Forschungsgebiete. David Goedicke hatte in [9] RRT* und RRT-Connect mit Reed-Shepp curves untersucht, was aber eine zu hohe Laufzeit hatte. Anstatt die Reed-Shepps curven zu entfernen, kann mithilfe von Heuristiken daran gearbeitet werden, den Aufbau des RRT* zu beschleunigen. Möglich wäre dabei die Verwendung von RRT*-Smart, was in problematischen Regionen mehr Knoten erzeugt und so deutlich schneller einen optimalen Pfad erlangt [7]. Auch ein Online-Planer, der Teile des Baumes wiederverwendet anstatt den Baum zu verwerfen, sollte stark zu Laufzeitverbesserung beitragen.

Wichtig ist aber auch, je nach Einsatzzweck passende Datenstrukturen zu finden, sodass die Laufzeit nicht nur theoretisch möglich ist, sondern auch praktisch verwirklichbar ist.

Eine Möglichkeit, Forschungen in diesem Bereich zu vereinfachen, wäre die Implementation eines sehr allgemein gehaltenen RRT oder RRT* Planers, der dann mit verschiedenen Heuristiken und Modifikationen erweitert werden kann.

Literaturverzeichnis

- [1] Nancy M. Amato and Yan Wu. A randomized Roadmap Method for Path and Manipulation Planning. In *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA)*, ICRA, pages 113–120. IEEE, 1996.
- [2] Jon Louis Bentley. Multidimensional binary search trees used for associative searching. *Commun. ACM*, 18(9):509–517, September 1975.
- [3] Arbeitsgruppe Robotics FU Berlin. Hardware (AutoNOMOS Model v3). [https://github.com/AutoModelCar/AutoModelCarWiki/wiki/Hardware-\(AutoNOMOS-Model-v3\)](https://github.com/AutoModelCar/AutoModelCarWiki/wiki/Hardware-(AutoNOMOS-Model-v3)), 05/2018.
- [4] Jose Luis Blanco and Pranjal Kumar Rai. nanoflann: a C++ header-only fork of FLANN, a library for nearest neighbor (NN) wih kd-trees. <https://github.com/jlblancoc/nanoflann>, 2014.
- [5] C.Rösmann, F.Hoffmann, and T.Bertram. Timed-elastic-bands for time-optimal point-to-point nonlinear model predictive control. In *European Control Conference (ECC)*, 2015.
- [6] Lester Eli Dubin. ON PLANE CURVES WITH CURVATURE. *Pacific Journal of Mathematics*, 11, 1961.
- [7] F.Islam, J.Nasir, U.Malik, Y.Ayaz, and O.Hasan. Rrt*-smart: Rapid convergence implementation of rrt* towards optimal solution. In *Mechatronics and Automation (ICMA)*, 2012.
- [8] Open Source Robotics Foundation. Robot Operating Systems. <http://wiki.ros.org/>, 05/2018.
- [9] Lukas Gödicke. Rrt based path planning in static and dynamic environment for model cars, March 2018.
- [10] Peter E. Hart, Nils J. Nilsson, and Bertram Raphael. A Formal Basis for the Heuristic Determination of Minimum Cost Paths. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 4:100–107, 1968.
- [11] I.Noreen, A.Khan, and Z.Habib. Optimal path planning using rrt* based approaches: A survey and future directions. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJACSA)*, 7(11), 2016.
- [12] Jean-Claude Latombe Jerome Barraquand. Robot Motion Planning: A Distributed Representation Approach. *SAGE Journals*, 10:628–649, 1991.
- [13] Steven M. LaValle. Rapidly-exploring random trees: A new tool for path planning. 1998.
- [14] Steven M. LaValle, James J. Kuffner, and Jr. Rapidly-exploring random trees: Progress and prospects, 2000.

- [15] James Reeds and Lawrence Shepp. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards. *Pacific journal of mathematics*, 145(2):367–393, 1990.
- [16] S.Karaman and E.Frazzoli. Incremental sampling-based algorithms for optimal motion planning. In *Robotics: Science and Systems*, 2010.