

## Analysis I – Hausaufgabe 11

Abgabe: 2. Juli 2019, bis 10:15 im Hörsaal

---

### 1. Aufgabe

(4 Punkte)

Zeigen Sie die folgenden Behauptungen:

- 1.) Seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$ . Dann ist  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  genau dann konvex, wenn für alle  $a \leq x_1 < x_2 < x_3 \leq b$  gilt, dass

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \leq \frac{f(x_1) - f(x_3)}{x_1 - x_3} \leq \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3}.$$

- 2.) Sei  $I$  ein nicht ausgeartetes Intervall und  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  stetig auf  $I$  und differenzierbar im Inneren von  $I$ . Dann gilt: Wenn  $f'$  monoton wachsend im Inneren von  $I$  ist, dann ist  $f$  konvex auf  $I$ .

### 2. Aufgabe

(6 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

1.)  $\lim_{x \nearrow 1} \frac{\frac{\pi}{2} - \arcsin(x)}{\sqrt{1-x}}$ ,

2.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \sin(x)$ ,

3.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$ ,

4.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) + \cos(x)}{x}$ .

### 3. Aufgabe

(4 Punkte)

Seien  $a, b \in \mathbb{R}$ . Untersuchen Sie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^3 + ax^2 + bx$ , in Abhängigkeit von  $a, b$  auf lokale Extrema.

### 4. Aufgabe

(2 Punkte)

Sei  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  differenzierbar. Zeigen Sie: Ist  $f(0) = 0$  und  $f'(x) \leq \lambda f(x)$  für ein festes  $\lambda > 0$  und alle  $x \in [0, 1]$ , dann ist  $f(x) \leq 0$  in ganz  $[0, 1]$ .

*Hinweis:* Finden Sie eine geeignete Hilfsfunktion.

*Bitte wenden.*

Total: 16

## **Analysis reloaded – Workshops von Studierenden für Studierende**

In Kooperation mit der AG Didaktik der Mathematik werden vertiefende Workshops zu zentralen Begriffen der Analysis angeboten. Diese wurden von Masterstudierenden entwickelt und richten sich als zusätzliches Angebot an die Studierenden der Analysis I.

Sie sind herzlich eingeladen, Ihr Wissen zu vertiefen, sich mit anderen Studierenden auszutauschen und dabei neue Erkenntnisse zu gewinnen.

Zeit: Samstag, 29.06., 11–16 Uhr

Ort: Arnimallee 3, Raum 019

Die drei Workshops werden parallel angeboten und dauern zwei Stunden, Beginn ist jeweils um 11:15 Uhr und 13:45 Uhr. Eine Anmeldung ist nicht erforderlich.

### **Workshop „Differenzierbarkeit verstehen“**

*Wenn du wissen möchtest, wodurch genau sich eigentlich eine differenzierbare Funktion definiert, dann komm' in diesen Workshop und die Änderungsrate deiner Wissensfunktion wird ihr Maximum annehmen.*

### **Workshop „Differenzierbarkeit anwenden“**

*Du willst den Mittelwertsatz auf Herz und Nieren prüfen? Du willst testen, ob deine Kenntnisse hinreichend sind, um notwendige Sätze zu begreifen? Du willst anständig differenzieren, gehst extrem gern an dein Limit, du hasst Blitzer und liebst Pizza? Dann bist du in diesem Workshop genau richtig!*

### **Workshop „Gegen den Uhrzeiger differenzieren“**

*Differenziert, aber nicht integriert? Du kannst die Fläche zwischen zwei Kurven ausrechnen, möchtest aber wissen, was dahintersteckt? Dann leite dich nicht gleich ab, sondern komm' und integrier' dich in den Workshop.*