Freie Universität Berlin SoSe 19
Institut für Mathematik
Prof. Dr. K. Polthier, H.-S. Lipschütz Status: 27. Mai 2019

Analysis I – Hausaufgabe 7

Abgabe: 4. Juni 2019, bis 10:15 im Hörsaal (**R 005, KL 12-16**)

---

1. Aufgabe (4 Punkte)

Bestimmen Sie Supremum und Infimum der folgenden Mengen und überprüfen Sie, ob diese Mengen ein Minimum oder Maximum besitzen:

1.) $\left\{ \frac{|x|}{|x|+1} \;\middle|\; x \in \mathbb{R} \right\}$,

2.) $\left\{ \frac{x}{1+x} \;\middle|\; x \in \mathbb{R}_{>-1} \right\}$,

3.) $\left\{ x + \frac{1}{x} \;\middle|\; \frac{1}{2} < x \leq 2 \right\}$,

4.) $\{x \mid (x+1)^2 + 5y^2 < 4,\ x, y \in \mathbb{R}\}$.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

1.) $\lim_{x \to 2} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{12}{8-x^3} \right)$,

2.) $\lim_{x \to \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+3} - \sqrt{x})$,

3.) $\lim_{x \to 1} \frac{x^r - 1}{x-1}$, $r \in \mathbb{Q}$.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie mit der ϵ-δ-Definition der Stetigkeit, dass die folgende Abbildung in jedem $x_0 \in \mathbb{R}$ stetig ist:

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto 3x^2 - 4x + 1.$$

4. Aufgabe (4 Punkte)

Sei $f : [a, b] \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $a < b$, eine stetige Funktion und sei $c \in (a, b)$ derart, dass $f(c) \neq 0$. Zeigen Sie, dass es ein $\delta > 0$ gibt, sodass $f(x) \neq 0$ für alle $x \in (c - \delta, c + \delta)$.

Total: 16