

Analysis I – Hausaufgabe 2

Abgabe: 30. April 2019, bis 10:15 im Hörsaal

1. Aufgabe (5 Punkte)

Sei $\mathcal{F} := \{r + \sqrt{2}s \mid r, s \in \mathbb{Q}\}$ gegeben und seien $+$ bzw. \cdot die Addition bzw. Multiplikation in \mathbb{R} . Zeigen Sie, dass $(\mathcal{F}, +, \cdot)$ ein Körper ist.

2. Aufgabe (3 Punkte)

Sei $\mathcal{K} := \{0, 1, a, b\}$ ein Körper mit vier Elementen. Erstellen Sie die Verknüpfungstabellen für Addition und Multiplikation in \mathcal{K} .

3. Aufgabe (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass in $(\mathbb{R}, +, \cdot)$ die Inversen und das neutrale Element 1 bzgl. \cdot eindeutig sind.

4. Aufgabe (5 Punkte)

Geben Sie eine Menge \mathcal{M} mit inneren Verknüpfungen $+$ und \cdot an, sodass $(\mathcal{M}, +, \cdot)$ die folgenden Axiome erfüllt, aber kein Körper ist:

- 1.) \mathcal{M} mit $+$ ist eine Abel'sche Gruppe.
- 2.) $\mathcal{M} \setminus \{0\}$ mit \cdot ist eine Abel'sche Gruppe.
- 3.) Es gilt $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c \forall a, b, c \in \mathcal{M}$.

Total: 16