Freie Universität Berlin
Institut für Mathematik
Prof. Dr. K. Polthier, H.-S. Lipschütz

WiSe 19/20

Status: 22. Oktober 2019

Analysis II – Hausaufgabe 2

Abgabe: 29. Oktober 2019, bis 10:15 im Vorlesungsraum

---

1. Aufgabe (4 Punkte)

Gegeben sei die Kurve

$$\gamma : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \frac{1}{2}\sin(2t) \end{pmatrix}.$$

1.) Skizzieren Sie γ.

2.) Berechnen Sie den Schnittwinkel in $(0, 0)$.

2. Aufgabe (5 Punkte)

Gegeben sei der Graph der Betragsfunktion

$$f : [-1, 1] \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto \begin{pmatrix} t \\ |t| \end{pmatrix}.$$

1.) Parametrisieren Sie f derart, dass f in $(-1, 1)$ differenzierbar ist. Zeigen Sie, dass die von Ihnen angegebene Parametrisierung das Gewünschte leistet.

2.) Berechnen Sie die Länge von f.

3. Aufgabe (3 Punkte)

Gegeben sei die Ellipse $g : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto \begin{pmatrix} \alpha\cos(t) \\ \beta\sin(t) \end{pmatrix}$ mit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_{>0}$. Stellen Sie die Länge von g für $\alpha = 1$ und $\beta = 2$ mithilfe des vollständigen elliptischen Integrals $\mathcal{E}(k) := \int_0^1 \sqrt{\frac{1-k^2t^2}{1-t^2}}\, dt$, $k \in [0, 1]$ dar.

4. Aufgabe (4 Punkte)

Gegeben sei die Abbildung $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x_1, x_2) \mapsto \sqrt{x_1^2 + \frac{1}{2}x_2^2}$.

1.) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen von h.

2.) Skizzieren Sie die Niveaulinien von h.

3.) Skizzieren Sie die Gradientenvektoren von h.

Total: 16