Freie Universität Berlin SoSe 2017
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. K. Polthier, H.-S. Lipschütz Stand: 23. Mai 2017

Elementargeometrie – Hausaufgabe 05

Abgabe: 02.06.2017 **vor** der Vorlesung

---

1. Aufgabe (4 Punkte)

Gegeben seien die 2-Seiten einer geschlossenen polyedrischen Fläche S:

$$[v_0, v_5, v_1], [v_0, v_3, v_4], [v_0, v_4, v_5], [v_1, v_6, v_2], [v_1, v_5, v_6], [v_2, v_7, v_3], [v_2, v_6, v_7], [v_3, v_7, v_4],$$
$$[v_0, v_1, v_2, v_3], [v_4, v_5, v_6, v_7].$$

Skizzieren Sie diese Fläche. Berechnen Sie unter der Annahme, dass alle Kanten in S dieselbe Länge haben, für alle Eckpunkte den Gesamteckenwinkel $\theta(v_i)$ für $i \in \{0, \dots 5\}$, die diskrete Gauss -Krümmung $K(v_i)$ aller inneren Punkte und die Gesamt-Gauß-Krümmung $K(S)$.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Aufgaben. Begründen Sie Ihre Lösungen.

- Konstruieren Sie Eckenkonfigurationen mit Einheitsquadraten um einen Punkt p, sodass für die diskrete Gauß-Krümmung $K(p) = \frac{\pi}{2}$, $K(p) = 0$ bzw. $K(p) = -\frac{\pi}{2}$ gilt. Illustrieren Sie Ihre Ergebnisse.
- Gibt es Eckenkonfigurationen um einen Punkt p mit $K(p) = 27\pi$ oder $K(p) = -27\pi$?
- In einer Eckenkonfiguration um einen Punkt p haben alle Flächen am Punkt p den Innenwinkel φ. Für welche φ gilt $K(p) = 0$?

3. Aufgabe (4 Punkte)

Gegeben sei die Menge

$$S^0 = \left\{ p_0^0 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}, p_1^0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}, p_2^0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}, p_3^0 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}, p_4^0 = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}, p_5^0 = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}, p_6^0 = p_0^0 \right\}$$
$$\subseteq \mathbb{R}^2.$$

Berechnen Sie explizit die ersten drei Unterteilungsschritte mittels des Chaikin-Algorithmus. Illustrieren Sie Ihr Ergebnis durch eine Skizze.

4. Aufgabe (4 Punkte)

Sei $V = \mathbb{R}^2$ und die Abbildung $\langle .,. \rangle_\alpha$ durch

$$\begin{aligned} \langle .,. \rangle_\alpha : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R}, \\ (x,y) &\mapsto y^T \left(\begin{smallmatrix} 2 & 0 \\ 0 & \alpha \end{smallmatrix}\right) x \end{aligned}$$

gegeben.

Bestimmen Sie mithilfe der Definition alle $\alpha \in \mathbb{R}$, sodass $\langle .,. \rangle_\alpha$ ein Skalarprodukt auf $\mathbb{R}^2$ definiert.

Gesamtpunktzahl: 16