Freie Universität Berlin
Zuse Institut Berlin (ZIB)
Prof. Dr. H. Siebert, Dr. S. Röblitz, Dr. T. Dierkes

6. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Analysis
Sommersemester 2014

Abgabe: 03.06.2014 in der Vorlesung

Die Aufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **aller** *Gruppenmitglieder stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Prüfen Sie, ob die folgenden Funktionen jeweils ein Fundamentalsystem bilden. Begründen Sie.

(a)
$$y^1(t) = \begin{pmatrix} e^t + e^{-t} \\ e^t - e^{-t} \end{pmatrix}, \quad y^2(t) = \begin{pmatrix} e^t - e^{-t} \\ e^t + e^{-t} \end{pmatrix}$$

(b)
$$y^1(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y^2(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (2 Punkte)
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung:

$$y^{(4)} - 4y^{(3)} + 15y'' - 22y' + 10y = 0$$

Aufgabe 3 (6 Punkte)
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungssysteme:

(a)
$$y' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} y$$

(b)
$$y' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} y$$

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Bestimmen Sie für die Differentialgleichung

$$y' = \lambda y + A_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad \lambda < 0,$$

eine partikuläre Lösung der Form

$$y_b(t) = A\sin(\omega t + \varphi).$$

Wie verhalten sich A und φ asymptotisch für $\omega \to 0$ und $\omega \to \infty$? Wie lautet die allgemeine Lösung dieser Gleichung? *(Hinweis: Die Funktionen* $\sin(\omega t)$ *und* $\cos(\omega t)$ *sind linear unabhängig. Bestimmen Sie daher* A *und* φ *in Abhängigkeit von* ω *mittels Koeffizientenvergleich von* $\sin(\omega t)$ *und* $\cos(\omega t)$*. Verwenden Sie gegebenenfalls Additionstheoreme, um* $\sin(\omega t + \varphi)$ *und* $\cos(\omega t + \varphi)$ *aufzulösen.)*