

**5. Übungsblatt zur Vorlesung  
Höhere Analysis  
Sommersemester 2014**

---

Abgabe: 27.05.2014 in der Vorlesung

---

*Die Aufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **aller** Gruppenmitglieder stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

**Aufgabe 1 (2 Punkte)**

Lösen Sie die folgende Differentialgleichung, indem Sie sie auf eine lineare Gleichung zurückführen:

$$y' = t(y + y^2), \quad y(0) = 1$$

**Aufgabe 2 (4 Punkte)**

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y' = t^2 + y^2, \quad y(0) = 0. \tag{1}$$

Seien  $h, r > 0$ . Betrachten Sie  $Q := \{(t, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq t \leq h, |y| \leq r\}$  und zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Picard-Lindelöf, dass (1) in dem Intervall  $[0, \min(h, r/(h^2+r^2), 1/2r))$  eine eindeutige Lösung besitzt.

**Aufgabe 3 (4 Punkte)**

Geben Sie zwei verschiedene Lösungen des Anfangswertproblems

$$y' = -t\sqrt{|1 - y^2|}, \quad y(0) = 1$$

an. Warum ist dies kein Widerspruch zum (Existenz- und ) Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindelöf?

**Aufgabe 4 (6 Punkte)**

Führen Sie die Picard-Iteration durch für das Anfangswertproblem

$$x'' + \lambda^2 x = 0, \quad x(0) = 1, \quad x'(0) = 0.$$

Transformieren Sie dazu diese Gleichung in eine Differentialgleichung 1. Ordnung in den Variablen  $x$  und  $v$ , und benutzen Sie als Startfunktionen die konstanten Funktionen  $x_0 \equiv 1, v_0 \equiv 0$ . Gegen welche Funktionen konvergieren die entstehenden Potenzreihen?