

**4. Übungsblatt zur Vorlesung
Höhere Analysis
Sommersemester 2014**

Abgabe: 20.05.2014 in der Vorlesung

*Die Aufgaben sollen in Dreiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **aller** Gruppenmitglieder stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gegeben sei ein beliebig dehnbares Gummiband auf der x -Achse, ein Ende bei $x = 0$ fest. Das freie Ende entfernt sich mit der konstanten Geschwindigkeit V von festem Ende. Zur Zeit $t = 0$ habe das Band die Länge L . Zu dieser Zeit fängt eine Schnecke bei $x = 0$ an, mit konstanter Geschwindigkeit v relativ zum Band auf diesem entlang zu kriechen. Erreicht sie das andere Ende des Bandes und wenn ja, wann?

Aufgabe 2 (9 Punkte)

Berechnen Sie die Lösungen $y(t)$ der folgenden Differentialgleichungen oder Anfangswertprobleme. In welchem Bereich sind die Lösungen jeweils definiert?

(a) $(1 + t^2)^{1/2}y' = ty^3(1 + t^2)^{-1/2}, y(0) = 1$

(b) $ty' = y + \sqrt{t^2 + y^2}, y(1) = 0$ (Hinweis: Ähnlichkeitsdifferentialgl.)

(c) $y' = 3y + e^t \sin t$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Seien $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall, $a, b : I \rightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen und y_1, y_2, y_3 drei paarweise verschiedene Lösungen der linearen Differentialgleichung $y' + a(t)y = b(t)$. Zeigen Sie, dass

$$\frac{y_1(t) - y_2(t)}{y_3(t) - y_2(t)} = \text{const.}$$