Prof. Dr. Frank Noé
Dr. Christoph Wehmeyer
Tutoren: Anna Dittus, Felix Mann, Dominik Otto

2. Übung zur Vorlesung
Computerorientierte Mathematik II

Abgabe: Freitag, 08.05.2015, 12:15 Uhr, Tutorenfächer Arnimallee 3

`http://www.mi.fu-berlin.de/w/CompMolBio/ComaII15`

Aufgabe 1 *(Newton-Interpolation & Horner-Schema I, 5T):*

Gegeben seien die Stützstellen $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$, sowie die Funktionswerte $f(x_0) = 1$, $f(x_1) = 1$ und $f(x_2) = 3$.
a) *(3T)* Berechnen Sie mittels dieser Stützstellen und Funktionswerte die Koeffizienten a_0, a_1 und a_2 mittels der in der Vorlesung eingeführten Berechnungsvorschrift

$$a_{\ell+1} = \frac{f(x_{\ell+1}) - p_\ell(x_{\ell+1})}{(x_{\ell+1} - x_0)\dots(x_{\ell+1} - x_\ell)}\,, \quad a_0 = f(x_0)\,, \quad p_\ell(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{\ell} a_i \prod_{k=0}^{i-1}(x - x_k)\,.$$

b) *(2T)* Berechnen Sie mit Hilfe dieser Koeffizienten und des Horner-Schemas das Newton-Interpolationspolynom

$$p_n(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \prod_{k=0}^{i-1}(x - x_k)\,, \quad n = 2.$$

Aufgabe 2 *(Newton-Interpolation & Horner-Schema II, 5P):*

a) *(2P)* Schreiben Sie eine Funktion

```
function y = evalHorner(X, A, x),
```

welche das Newton-Polynom

$$p_\ell(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{\ell} a_i \prod_{k=0}^{i-1}(x - x_k)$$

zu den Stützstellen `X` $= (x_0, \ldots, x_l)$ und Koeffizienten `A` $= (a_0, \ldots, a_l)$ an der Stelle x mittels des Horner-Schemas (Algorithmus 1.3) auswertet. Den maximalen Index ℓ bestimmen Sie mittels der Funktion `size` zur Laufzeit der Funktion.
b) *(2P)* Schreiben Sie weiterhin eine Funktion

`function y = obtainNewtonCoefficients(X, F)`,

welche die Koeffizienten des Newton-Polynoms

$$p_n(x) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i \prod_{k=0}^{i-1} (x - x_k)$$

zum obigen Gitter X und vorgegebenen Funktionswerten `F`$= (f(x_0), \ldots, f(x_n))$ mittels der in der Vorlesung eingeführten Berechnungsvorschrift

$$a_{\ell+1} = \frac{f(x_{\ell+1}) - p_\ell(x_{\ell+1})}{(x_{\ell+1} - x_0) \ldots (x_{\ell+1} - x_\ell)}\,, \quad a_0 = f(x_0)\,,$$

auswertet.
c) *(1P)* Seien `X`$= (1, 2, 3)$ und `F`$= (0, 0.7, 1.1)$ gegeben. Plotten Sie das Newton-Polynom $p_n(x)$, $n = 2$, im Intervall $[1, 3]$.
Hinweis: In der Vorlesung und Fachliteratur beginnt die Indizierung meist mit 0. Matlab beginnt die Indizierung hingegen mit 1. Achten Sie also darauf, die Indices entsprechend zu verschieben.