

Prof. Dr. Frank Noé
Dr. Christoph Wehmeyer
Tutoren:
Katharina Colditz; Anna Dittus;
Felix Mann; Christopher Pütz

2. Übung zur Vorlesung Computerorientierte Mathematik I

Abgabe: Freitag, 07.11.2014, 16:00 Uhr, Tutorenfächer Arnimallee 3

<http://www.mi.fu-berlin.de/w/CompMolBio/ComaI>

Aufgabe 1 (*Brüche im Binärsystem, 2T*):

Sei $q \in \mathbb{Q}$, $0 \leq q < 1$ eine rationale Zahl zwischen 0 und 1.

a) Wir betrachten das folgende Verfahren zur Berechnung der Binärdarstellung:

1. Initialisierung: Setze $p = q$ und setze eine Zählvariable $i = 1$.
2. Berechne $r = 2p$.
 - (a) Wenn $r \geq 1$, setze $q_i = 1$ und $p = r - 1$.
 - (b) Andernfalls, setze $q_i = 0$ und setze $p = r$.
3. Setze $i = i + 1$ und wiederhole Schritt 2, bis sich p wiederholt oder $p = 0$.

Berechnen Sie mit diesem Verfahren die Binärdarstellung von $q = \frac{1}{3}$ und $q = \frac{1}{10}$.

b) (*Freiwillig, 2 Zusatzpunkte*): Begründen Sie, dass dieses Verfahren korrekt ist!

Aufgabe 2 (*Endliche q-adische Brüche, 4T*):

Beweisen Sie: Die Zahl $\frac{1}{k} \in \mathbb{Q}$ besitzt genau dann eine endliche Darstellung zur Basis q , wenn es ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, sodass q^n durch k teilbar ist.

Aufgabe 3 (*Rechnen im Zweierkomplement, (3+6)P, 2T*):

Wir wollen ein Programm zur binären Addition ganzer Zahlen mit Hilfe der in der Vorlesung behandelten Integer-Darstellung schreiben.

a) Wandeln Sie ihr Programm zur binären Darstellung aus der ersten Übung in eine Funktion (Befehl **function**) um, welche eine natürliche Zahl n sowie eine Stellenzahl N als Eingabe bekommt und einen Vektor der Länge N mit der Binärdarstellung von n zurückgibt. Die Darstellung soll also jetzt eine vorgegebene Länge bekommen. Die Funktion soll einen Fehler ausgeben (Befehl **error**), wenn die eingegebene Zahl zu groß ist. Sie finden eine Musterlösung der entsprechenden Funktion aus der ersten Übung auf der Webseite.

b) Zeigen Sie, dass man eine (zulässige) negative Zahl n in ihr Zweierkomplement zur Länge N umrechnen kann, indem man die positive Zahl $p = 2^N + n$ berechnet und dann die binäre Darstellung von p bestimmt.

c) Schreiben Sie eine Funktion **BinaryAdd**, welche zwei ganze Zahlen n_1, n_2 sowie eine Stellenzahl N als Eingabe erhält und Folgendes tut:

- Die Zulässigkeit der Eingaben überprüft und falls nötig, einen Fehler ausgibt.
- Die Zahlen im Zweierkomplement darstellt.
- Die binäre Addition ausführt und den Ergebnisvektor zurückgibt.

Testen Sie Ihre Funktion für $N = 5$ sowie die Fälle $n_1 = 10, n_2 = 5$ und $n_1 = -12, n_2 = 15$.