

Prof. Dr. Frank Noé  
Dr. Christoph Wehmeyer  
Tutoren:  
Katharina Colditz; Anna Dittus;  
Felix Mann; Christopher Pütz

# Übungsklausur

## Computerorientierte Mathematik I

Freiwillige Abgabe bis Freitag, 30.01.2015, 16:00 Uhr

**Versuchen Sie, die Aufgaben unter echten Bedingungen zu lösen.  
Die Abgabe erfolgt dann aber wieder in den Gruppen.**

<http://www.mi.fu-berlin.de/w/CompMolBio/ComaI>

### Aufgabe 1 (*Matlab-Code, 7P*):

Welcher Algorithmus wird durch die folgende Matlab-Funktion umgesetzt? Erklären Sie kurz die Bedeutung der Eingabe-Parameter, die wesentlichen Schritte der Funktion, und die Rückgaben.

```
function [m,q,e] = SomeFunction( a,b )

m = a;
n = b;
q = 0;

while n > 0
    r = mod(m,n);
    m = n;
    n = r;
    q = q + 1;
end

phi = (1 + sqrt(5))/2;
e = ceil(log(b)/log(phi)) + 1;

end
```

## Aufgabe 2 (Richtig oder Falsch, 7T):

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.

- (i) (2T) Die Kondition einer Matrix  $A$  ist immer größer oder gleich Eins.
- (ii) (1T) Ist  $V$  ein Vektorraum mit einer Norm  $\|\cdot\|$ , so gilt für alle  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in V$ , dass  $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| = \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$ .
- (iii) (1T) Die Norm einer Matrix  $A$  ist ein Maß für die Regularität der Matrix: Je größer die Norm  $\|A\|$ , desto ähnlicher ist  $A$  zu einer singulären Matrix.
- (iv) (1T) Für eine reguläre Matrix  $A$  ist die LR-Zerlegung mit dem Gauss-Algorithmus stets berechenbar.
- (v) (2T) Die euklidische Norm  $\|\mathbf{x}\|_2$  eines Vektors  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  erfüllt folgende Beziehung zur Maximumsnorm  $\|\mathbf{x}\|_\infty$ :

$$\|\mathbf{x}\|_2 \leq \sqrt{n}\|\mathbf{x}\|_\infty.$$

## Aufgabe 3 (Rechenaufgaben, 6T):

- a) (4T) Berechnen Sie die Kondition der Matrix  $A$  bzgl. der Maximumsnorm für  $\epsilon > 0$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 + \epsilon & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

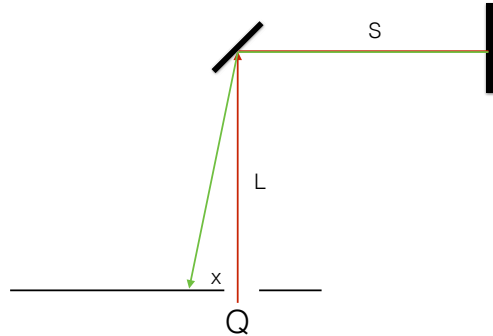
- b) (2T) Berechnen Sie  $13 - 12$  durch binäre Subtraktion im Zweierkomplement.

## Aufgabe 4 (Drehspiegelversuch, 6T):

Mit dem folgenden berühmten Versuch von L. FOUCAULT kann man die Lichtgeschwindigkeit näherungsweise bestimmen: Ein Lichtstrahl wird von der Quelle  $Q$  aus durch eine Öffnung im Schirm auf einen Drehspiegel geschickt. Vom Drehspiegel wird der Strahl auf einen Spiegel gelenkt und reflektiert. Rotiert der Drehspiegel sehr schnell, wird der zurückkommende Lichtstrahl von dort nicht zur Quelle zurückgelenkt, da sich der Drehspiegel in der Zeit weitergedreht hat, die das Licht für den Weg zum Spiegel und zurück benötigt hat. Der Lichtstrahl trifft daher in einem Abstand  $x$  zur Quelle auf den Schirm, den wir messen können. Man kann nun die Lichtgeschwindigkeit  $c$  etwa nach der Formel

$$c = \frac{30 \cdot f \cdot L \cdot S}{x}$$

berechnen, Dabei ist  $f$  die Drehfrequenz des Drehspiegels,  $L$  ist der Abstand zwischen Quelle und Drehspiegel, und  $S$  ist der Abstand zwischen Drehspiegel und Spiegel. Der Vorfaktor 30 ist nicht ganz exakt, der korrekte Wert wäre  $8\pi$ . Rechnen Sie in dieser Aufgabe bitte mit dem Vorfaktor 30, um die Rechnungen leichter zu machen.



- a) (2T) Die Lichtgeschwindigkeit beträgt etwa  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Nehmen Sie an, dass der Versuch mit den folgenden Werten ausgeführt wurde:  $f = 500 \frac{1}{\text{s}}$ ,  $L = 20\text{m}$ ,  $S = 10\text{m}$ . Zeigen Sie, dass in einer exakten Messung der Wert  $x_0 = 0.01\text{m}$  gemessen werden müsste.
- b) (2T) Betrachten Sie  $c$  als Funktion der Auslenkung  $x$ . Berechnen Sie die absolute Kondition  $\kappa_{abs}(x_0)$  der Funktion  $c(x)$  an der Stelle  $x_0$ .
- c) (2T) Für kleine Messfehler  $\Delta x$  kann der resultierende Fehler  $|\Delta c|$  durch die Formel

$$|\Delta c| \leq \kappa_{abs}(x_0) |\Delta x|$$

abgeschätzt werden. Wie groß darf der Messfehler höchstens sein, damit die Lichtgeschwindigkeit auf 3% genau berechnet werden kann?