

Prof. Dr. Frank Noé
Dr. Christoph Wehmeyer
Tutoren:
Katharina Colditz; Anna Dittus;
Felix Mann; Christopher Pütz

1. Übung zur Vorlesung Computerorientierte Mathematik I

Lösung

Aufgabe 3 (*Größe von Darstellungen, 4T*):

a) Wie viele Stellen benötigen Sie zur Darstellung einer natürlichen Zahl n in der Basis q ? Wie lang ist also insbesondere die Darstellung einer Zehnerpotenz 10^k , $k = 1, 2, 3, \dots$ in der q -adischen Darstellung?

Lösung

Wir müssen nach der größten Potenz von q suchen, die kleiner oder gleich n ist. Per Definition ist das $\lfloor \log_q n \rfloor$. Wir benötigen dann genau noch eine Stelle mehr, also $\lfloor \log_q n \rfloor + 1$. (1 Punkt). Für eine Zehnerpotenz ergibt sich damit $\lfloor \log_q 10^k \rfloor + 1 = \lfloor k \log_q 10 \rfloor + 1$ (1 Punkt).

b) Gegeben sei eine Hexadezimalzahl n_{16} mit m Stellen, wobei die führende Stelle ungleich Null sei. Wie viele Stellen hat die zugehörige Binärdarstellung n_2 mindestens und höchstens? Beweisen Sie ihre Aussage!

Lösung

Da die führende Stelle nicht verschwindet, folgt aus der Definition der q -adischen Darstellung, dass $n \in [16^{m-1}, 16^m - 1]$ (1/2 Punkt) liegt. Folglich gilt $n \in [2^{4(m-1)}, 2^{4m} - 1]$. (1/2 Punkt) Nach Aufgabenteil a) benötigen wir für die kleinste Zahl in diesem Intervall $\lfloor \log_2 2^{4(m-1)} \rfloor + 1 = 4(m-1) + 1$ Stellen, das ist also die Mindestanzahl. (1/2 Punkt) Analog erhalten wir für die größte Zahl $\lfloor \log_2 (2^{4m} - 1) \rfloor + 1 = 4m - 1 + 1 = 4m$ Stellen, das ist also die maximale Stellenzahl (1/2 Punkt).

Aufgabe 4 (*Programm zur Umrechnung, 10P*):

Formulieren Sie eine Vorschrift zur Umrechnung einer natürlichen Zahl $n \in \mathbb{N}$ in Dezimaldarstellung in die zugehörige Binärdarstellung. Implementieren Sie ihre Vorschrift anschließend in Matlab und testen Sie sie an den Beispielen $n = 100_{10}$, $n = 4356_{10}$, $n = 14_{10}$, $n = 123456_{10}$.

Hinweis: Informieren Sie sich über die Matlab-Funktionen **ceil**, **floor** und **mod**.

Lösung

Die Vorschrift sollte die folgenden Punkte enthalten (*4 Punkte für die vier Schritte*):

1. Ermittle die größte Zweierpotenz m , sodass $2^m \leq n$ (durch den Logarithmus wie bei 3a) oder durch schrittweises Ausprobieren). Die benötigte Stellenzahl ist dann $m + 1$.
2. Setze $p = n$ und $i = 1$. Wiederhole für $k = m$ bis $k = 0$:
 - (a) Ermittle den ganzzahligen Anteil q und den Rest r beim Teilen von p durch 2^k , also $p = q2^k + r$.
 - (b) Schreibe q an die Stelle i und erhöhe i um 1.
 - (c) Setze $p = r$.

Für diese Schritte gibt es dann noch einmal je einen Punkt im Matlab-Code. Dazu kommen je ein Punkt für das zugehörige Ausführungsskript und die richtige Ausgabe.