Aufgaben zur Vorlesung

Topologie III

Blatt 9 E. Vogt/M. Ullmann
SS 2011 Abgabe: 21.6.2011, 10 Uhr

Aufgabe 36
Zeigen Sie, dass jede Abbildung $S^4 \to S^2 \times S^2$ die Nullabbildung auf $H_4(-;\mathbb{Z})$ induziert.

Aufgabe 37
Sei $n \geq 1$, $m \geq 2$. Sei $X := S^m \times S^n$ und sei $Y := S^m \vee S^n \vee S^{n+m}$. Berechnen Sie die Homologie und Kohomologie von X und Y, sowie die Fundamentalgruppen. Zeigen Sie dann, dass X nicht homöomorph zu Y ist.

Aufgabe 38
Sei C ein (nicht notwendig freier) Kettenkomplex von R-Moduln. Zeigen Sie: Es existiert ein freier Kettenkomplex D und eine Homologieäquivalenz $f\colon D \to C$.

Zeigen Sie, dass f in eine kurze exakte Sequenz

$$0 \to E \to D \to C \to 0$$

von Kettenkomplexen passt und dass E azyklisch ist.

Aufgabe 39
Sei eine kurze exakte Sequenz

$$0 \to E \to D \xrightarrow{f} C \to 0$$

von Kettenkomplexen von R-Moduln gegeben, sei D ein freier Kettenkomplex und sei f eine Homologieäquivalenz. Dann ist E nach der vorherigen Aufgabe azyklisch

Sei M ein R-Modul und nehme an, dass $C *_R M$ azyklisch ist. Zeigen Sie: Dann ist $f \otimes M$ eine Homologieäquivalenz.