

11. Übung zur Vorlesung „Analysis III“

Ausgabe: 26.06.07

Abgabe: 03.07.07

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Gamma-Funktion $\Gamma :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, $\Gamma(t) = \int_0^\infty e^{-x} x^{t-1} dx$, differenzierbar ist mit

$$\Gamma'(t) = \int_0^\infty e^{-x} x^{t-1} \ln x dx, \quad t > 0 \quad !$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Berechnen Sie für die gewöhnliche Zykloide $Z := \{(x(t), y(t)) \in \mathbb{R}^2 : t \in [0, 2\pi]\}$,

$$x(t) = R(t - \sin t), \quad y(t) = R(1 - \cos t), \quad R > 0$$

das Integral

$$\int_Z y^2 dS(x, y) \quad !$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Es sei $C := \{(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \in \mathbb{R}^3 : u \in [0, 2\pi[, v \in \mathbb{R}\}$,

$$x(u, v) = \cosh(v) \cos(u), \quad y(u, v) = \cosh(v) \sin(u), \quad z(u, v) = v,$$

ein Katenoid. Berechnen Sie für $a > 0$ den Flächeninhalt des Katenoidstücks

$$C \cap \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 < z < a\} \quad !$$