Freie Universität Berlin **SoSe 2007**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Konrad Polthier, Dr. Felix Ballani

Zum 9. Übungsblatt der Vorlesung „Analysis III“

---

zu Aufgabe 2:

Eine Stammfunktion zu

$$\frac{x^2 - a^2}{(x^2 + a^2)^2}$$

ist

$$\frac{-x}{x^2 + a^2},$$

wie sich leicht mit der Quotientenregel nachweisen lässt. Diese Stammfunktion auf eine andere Weise zu gewinnen, ist offenbar schwieriger, als gedacht. Es lässt sich noch umformen

$$\frac{x^2 - a^2}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{x^2 + a^2 - 2a^2}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{1}{x^2 + a^2} - \frac{2a^2}{(x^2 + a^2)^2}.$$

Für

$$\frac{1}{x^2 + a^2}$$

ist

$$\frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right)$$

eine Stammfunktion, und für

$$\frac{1}{(x^2 + a^2)^2}$$

findet man im Bronstein als Stammfunktion

$$\frac{x}{2a^2(x^2 + a^2)} + \frac{1}{2a^2}\frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right),$$

womit sich insgesamt die richtige Stammfunktion ergibt. Allerdings scheint diese Variante auch auf der Quotientenregel zu basieren.