

1. Übung zur Vorlesung „Analysis III“

Ausgabe: 17.04.07

Abgabe: 24.04.07

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)

Sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Wie verändern sich die Integrationsgrenzen, wenn bei den folgenden Integralen die Integrationsreihenfolge vertauscht wird? Man überlege sich dazu, wie das zweidimensionale Integrationsgebiet aussieht! (Es ist kein Integral auszurechnen.)

$$(a) \int_0^1 \int_0^x f(x, y) \, dy \, dx \qquad (b) \int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin y} f(x, y) \, dx \, dy$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{1 - x^2 - y^2} & \text{falls } x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Man zeige, dass f zum Vektorraum $\mathcal{C}_c(\mathbb{R}^2)$ der stetigen Funktionen auf \mathbb{R}^2 mit kompaktem Träger gehört, und berechne das Integral

$$\int_{\mathbb{R}^2} f(x, y) \, d(x, y) \quad !$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $h > 0$ eine Konstante. Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f_h(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{h} & \text{falls } |x| \leq h, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Man berechne das (von h abhängige) Integral

$$\int_{\mathbb{R}^2} f_h(x) f_h(y) \, d(x, y) \quad !$$

Bitte die Lösungen der Aufgaben bis zum Dienstag, dem 24.04.07, 18 Uhr, in das Fach (7B) von Felix Ballani in der Arnimallee 3, 1. Stock, legen. Für die Zulassung zur Klausur am Ende des Semesters (zum Erwerb des Übungsscheins) sind wieder mindestens 60 Prozent der Punkte bei den Übungsaufgaben zu erreichen.