Freie Universität Berlin **SS 2006**
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Konrad Polthier, Anja Krech

Probeklausur zur Vorlesung „Analysis I“

27.6.2006

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k+1}k^2 = (-1)^{n+1}\frac{n(n+1)}{2}.$$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Wie ist für Folgen reeller Zahlen der Begriff der Cauchy-Folge definiert?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(5-n)^2}{4n^3-2}$ (b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^n}{n!}$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Was besagt das Majorantenkriterium für die Konvergenz einer Reihe?

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(a) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{n^4}{3^n}$ (b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}}$

Aufgabe 6 (3 Punkte)

Geben Sie die ϵ-δ-Definition der Stetigkeit für eine Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ in einem Punkt x_0 an!

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Es sei $F : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $F([a,b]) \subset [a,b]$. Zeigen Sie, dass F mindestens einen Fixpunkt hat, d. h. es existiert ein $x_0 \in [a,b]$ mit $F(x_0) = x_0$.