

**Einführung in die  
Mathematikdidaktik  
11.11.08**

# Einführung in die Mathematikdidaktik

Ab dem 18.11.08 benötigte Literatur:

- Rahmenlehrplan Mathematik für die Sekundarstufe I  
Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport 2006

[www.berlin.de/imperia/md/content/sen-  
bildung/schulorganisation/lehrplaene/sek1\\_mathematik.pdf](http://www.berlin.de/imperia/md/content/sen-bildung/schulorganisation/lehrplaene/sek1_mathematik.pdf)

Unter folgender Adresse findet man alle Rahmenlehrpläne:

[www.berlin.de/sen/bildung/schulorganisation/lehrplaene/](http://www.berlin.de/sen/bildung/schulorganisation/lehrplaene/)

# Einführung in die Mathematikdidaktik

Ab dem 2.12.08 benötigte Literatur:

- Falls möglich:
  - Schulinternes Curriculum Mathematik
  - ggf. zugehöriges Schulprogramm



# Lernphasen und Motivation

Lernvorgänge können sehr unterschiedlich aussehen.

In wesentlichen Merkmalen ihres zeitlichen Verlaufs  
stimmen sie jedoch überein -

den Lernphasen.

Jeder (bewusste) Lernprozess muss mehr oder weniger angestoßen werden, hat Schwierigkeiten zu überwinden; das Gelernte muss gefestigt, geübt und angewendet werden, um zum „Besitz“ des Lernenden (d.h. einsatzfähig in späteren Situationen) zu werden.

# Lernphasen und Motivation

Lernvorgänge können sehr unterschiedlich aussehen.

In wesentlichen Merkmalen ihres zeitlichen Verlaufs  
stimmen sie jedoch überein -

den Lernphasen.

Dabei wird an bewusste und beabsichtigte Lernprozesse vor  
allem im kognitiven Bereich gedacht.

# Lernphasen und Motivation

## Lernphasen:

1. Motivationsphase

2. Phase der Schwierigkeiten

3. Überwindung der Schwierigkeiten  
(Lösungsphase)

4. Sicherungsphase

5. Anwendungs- und Übungsphase

6. Transferphase

Phase der  
Schwierigkeiten und  
ihrer Überwindung

# Lernphasen und Motivation

## Lernphasen:

1. Motivationsphase

2. Phase der Schwierigkeiten

## Beispiele:

Verständnisschwierigkeiten

Probleme bei Veranschaulichungen

Schwierigkeiten bei bestimmten Aufgabentypen

z.B. bei „Textaufgaben“

Schwierigkeiten bei Formulierungen

Konkret: z.B. richtiges Untereinanderschreiben der Ziffern bei der schriftlichen Addition.



# Lernphasen und Motivation

## Lernphasen:

1. Motivationsphase

2. Phase der Schwierigkeiten

3. Überwindung der Schwierigkeiten  
(Lösungsphase)

## Überwindung der Schwierigkeiten

ggf. mit Hilfestellung durch Lehrer, Mitschüler, Informationsmaterial, ...

z.B. durch allg. Erklärungen, Beispiele, Veranschaulichungen,  
Beachtung bestimmter Lernbedingungen

Wichtig ist die **Rückmeldung** seitens des Lehrers, so dass der Lernende erfährt, inwieweit seine ersten Lernversuche Erfolg hatten, welche Schwierigkeiten überwunden sind und was noch zu tun ist.

# Lernphasen und Motivation

## Lernphasen:

### 4. Sicherungsphase

#### Sicherung

Das Gelernte wird – evtl. nach mehrmaliger Korrektur – nochmals ausgeführt, verbessert und „fürs erste“ (schriftlich) fixiert und kontrolliert.

Bei sinnvollen Lernprozessen hat die „**Zusammenfassung**“ eine wesentliche didaktische Funktion. Durch eine prägnante Verdichtung des Gelernten (am Beispiel) wird eine bessere Verankerung im Gedächtnis und eine „Bereitstellung“ für den weiteren Gebrauch angestrebt.

z.B. ein Musterbeispiel notieren (unter Hervorhebung des Wesentlichen)  
(Keine reinen Rechenrezepte!)

„Lernkontrolle“ durch Bearbeitung weiterer Beispiele

# Lernphasen und Motivation

## Lernphasen:

### 5. Anwendungs- und Übungsphase

Anwendung und Übung in neuen Beispielen, zunächst evtl. im Sinne von Verständnisaufgaben und einer operativen Übung bzw. Vertiefung, später vielleicht mehr im Sinne eines „Einschleifens“.

Beispiel „schriftliche Addition“:

neue Beispiele in unterschiedlichen Sachzusammenhängen

Variation der Stellenzahl (ohne und mit Zehnerübergängen)

Normierung der Sprechweise

Erhöhung der Geschwindigkeitsanforderungen (bei fortlaufender  
Besprechung von Fehlern, Lernkontrollen und Rückmeldungen)

...

# Lernphasen und Motivation

## Lernphasen:

### 6. Transferphase

Erst wenn der „Transfer“ (die Anwendung des Gelernten in späteren Schul- und Lebenssituationen) gelingt, kann der Lernprozess als erfolgreich abgeschlossen gelten.

Beispiel „schriftliche Addition“:

außerschulisch: z.B. Kontrolle einer Einkaufsrechnung

...

# Lernphasen und Motivation

## Die pädagogische Bedeutung des Lernphasenschemas:

Der Lehrer wird angehalten, Lernprozesse (vor allem kognitive) im Sinne der angegebenen Phasen *möglichst vollständig* zu durchlaufen und den Unterricht entsprechend zu *gliedern*.

Anmerkungen:

Das Lernphasenschema ist ...

- kein Dogma!
- *nicht nur als Schema für eine Unterrichtsstunde* zu verstehen.
- u.U. für einen kleinen, abgeschlossenen Lernakt innerhalb einer Unterrichtsstunde anzuwenden.
- u.U. für größere Unterrichtseinheiten, die eine ganze Unterrichtsreihe von vielen Stunden umfassen.

# Lernphasen und Motivation

## Die pädagogische Bedeutung des Lernphasenschemas:

Der Lehrer wird angehalten, Lernprozesse (vor allem kognitive) im Sinne der angegebenen Phasen *möglichst vollständig* zu durchlaufen und den Unterricht entsprechend zu *gliedern*.

Die Lernphasen ...

- können in verschiedenen Unterrichtsstunden sehr unterschiedlich *akzentuiert* sein (z.B. „Einführungsstunden“ ↔ „Übungsstunden“)
- sind vielfältig miteinander *verflochten*, z.B.
  - Motivation zu jeder neuen Aufgabe;
  - Überwindung (oft neuer) Schwierigkeiten bei Anwendungen;
  - neue Sicherungen und Zusammenfassungen während des Lernens;
  - Motivation durch eine „Anwendungsaufgabe“ (z.B. als HA).
- können oft *unterbrochen* werden (z.B. bei auftretenden Schwierigkeiten) und wieder aufgenommen werden.

# Lernphasen und Motivation

1. Motivation

2. Schwierigkeiten

3. Überwindung der  
Schwierigkeiten

4. Sicherung

5. Anwendung und Übung

6. Transfer

Erläutern Sie die Lernphasen am Thema „Proportionalitäten“ oder einem anderen Ihnen geläufigen Thema.

# Lernphasen und Motivation

Fassen Sie zusammen, in welcher Weise Ihre Kommilitonen die jeweiligen Motivationsphasen gestaltet haben.

Erstellen Sie eine Liste weiterer Beispiele, wie Sie Schüler für mathematische Themen motivieren würden.



# Lernphasen und Motivation

Motiv

Motivation



Motive sind „hochgeneralisierte Wertungsdispositionen für einzelne ‚Grundsituationen‘, die letztlich in der menschlichen Existenzweise, in den Notwendigkeiten der Daseinsfristung und Daseinsvorsorge unter den gegebenen Lebensbedingungen begründet sind.“

Motive (manchmal auch „Triebe“ oder „Antriebe“ oder „Grundbedürfnisse“ genannt) sind m.a.W. angenommene Dispositionen, die sich in immer wiederkehrenden Grundsituationen menschlichen Lebens im Laufe der Entwicklung allmählich herausbilden.

# Lernphasen und Motivation

Motiv

Motivation



„Motivation ist situationsabhängig und ein kurzfristiges Geschehen. Man bezeichnet damit alle aktuellen Faktoren und Prozesse, die unter gegebenen situativen Anregungsbedingungen zu Handlungen führen und diese bis zu ihrem Abschluss in Gang halten.

In der Motivation treten Situationsfaktoren und Motivfaktoren miteinander in Wechselwirkung.“



In der Schule: z.B. Lerninhalt, Medien, Klassenatmosphäre, Lehrer

# Lernphasen und Motivation

## Motive

- a) **Kognitiver Antrieb** (der Wunsch nach Wissen und Verstehen),
- b) **Lebenszweckmotiv** (der Wunsch das eigene Leben und die Umwelt zu bewältigen),
- c) **Leistungsmotiv** ( der Wunsch nach Steigerung oder mindestens Bewahrung von eigener Kompetenz bzw. Leistungsniveau),
- d) **Selbstverwirklichungsmotiv** (der Wunsch nach Eigenverantwortlichkeit und Selbständigkeit),
- e) **Machtmotiv** (der Wunsch, über andere zu dominieren; Geltungsbedürfnis),
- f) **Anschlussmotiv** (sozialer Antrieb: Geselligkeitsbedürfnis, Hilfsbereitschaft, Identifikation mit anderen),
- g) **Ästhetisch-ethisches Motiv** (Bedürfnis nach Schönheit im weitesten Sinne, Wahrheit, Genauigkeit, Ordnung).

# Lernphasen und Motivation

Motive

*Kognitiver Antrieb*  
*Lebenszweckmotiv*  
*Leistungsmotiv*  
*Selbstverwirklichungsmotiv*  
*Machtmotiv*  
*Anschlussmotiv*  
*Ästhetisch-ethisches Motiv*

+

situative  
Anregungs-  
bedingungen



Motivation

# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## *Inkongruenzprinzip:*

Das Prinzip, vom bereits Vertrauten in dosiertem Maße abzuweichen, um motivierende „Diskrepanzerlebnisse“ hervorzurufen.

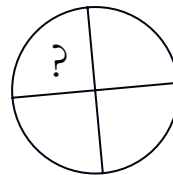
## **Beispiele:**

### 1. Schaffen von Unklarheiten/Zweifel/Ungewissheit

a) Diskussion von scheinbaren Beispielen, Fastbeispielen, Extrembeispielen, ungewohnten Situationen:

- Ist das Parallelogramm achsensymmetrisch oder nicht?

- Liegt hier ein Viertel vor?



- Ist 1 eine Primzahl?

- Ist die Zuordnung: Wegstrecke  $\longrightarrow$  Taxipreis proportional?

# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## *Inkongruenzprinzip:*

Das Prinzip, vom bereits Vertrauten in dosiertem Maße abzuweichen, um motivierende „Diskrepanzerlebnisse“ hervorzurufen.

## **Beispiele:**

1. **Schaffen von Unklarheiten/Zweifel/Ungewissheit**
- b) Schüler stellen empirisch z.B. in der Geometrie eine Gesetzmäßigkeit fest (z.B. beim Winkelsummensatz, beim Schnittpunktsatz für die Winkelhalbierenden oder beim Satz des Thales).

Es stellt sich die Frage:

**Ist das immer so?**

# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## *Inkongruenzprinzip:*

Das Prinzip, vom bereits Vertrauten in dosiertem Maße abzuweichen, um motivierende „Diskrepanzerlebnisse“ hervorzurufen.

## **Beispiele:**

### 1. **Schaffen von Unklarheiten/Zweifel/Ungewissheit**

- c) Man geht von (u.U. auch scheinbaren) Tatsachen oder Gesetzmäßigkeiten aus und lässt die Folgerungen ungewiss erscheinen.

#### Beispiele:

- Hinweis, dass Primzahlen nach „oben“ hin immer seltener werden.  
Gibt es vielleicht eine letzte?
- Ein Dreieck ist durch drei Seiten „eindeutig bestimmt“. Ist ein Dreieck mit drei beliebigen Seitenlängen zu konstruieren?
- Lässt sich ein Satz (z.B. „Pythagoras“) verallgemeinern oder umkehren?

# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## 2. Schaffen von Widersprüchlichkeiten, „Provokationen“

Beispiele:

- $0,2 \times 0,3 = 0,6$  ?     $0,7 < 0,43$  ?     $\sqrt{3^2 + 4^2} = 3 + 4 = 7$  ?
- Ein Ratenkredit über 12 Monate mit einem Monatszins von 0,5 % entspricht nicht einem Kredit mit einem Jahreszins von 6 %.
- Wo steckt der Fehler?

Vorsicht!

Aus  $a < b$  wird geschlossen ...

$$a = b + c$$

$$a(a - b) = (b + c)(a - b)$$

$$a^2 - ab = ab + ac - b^2 - bc$$

$$a(a - b - c) = b(a - b - c)$$

$$a = b$$



# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## 3. Hervorrufen von Überraschung, Staunen

Beispiele:

- Ali Baba will 17 Kamele an drei Söhne verschenken mit den Anteilen  $1/2$ ,  $1/3$  und  $1/9$ .

Er leiht sich dazu ein weiteres Kamel aus, löst die Aufgabe und gibt das geliehene Kamel zurück.

- Ein Band soll um den Äquator gelegt und dann um einen Meter verlängert werden. Wie hoch liegt das Band über der Erde?  
Wie heißt die Antwort, wenn das gleiche Experiment mit einer Apfelsine ausgeführt wird?



# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## 3. Hervorrufen von Überraschung, Staunen

Beispiele:

- Durch Anwendung von Teilbarkeitsregeln kann der Lehrer bei sehr großen Zahlen erstaunlich schnell sagen, ob diese durch bestimmte Zahlen teilbar sind. => Die Schüler brauchen viel länger.
- Das kleine Einmaleins kann z.B. motiviert werden, indem der Lehrer im Kopf schneller rechnet als die Schüler mit einem Taschenrechner.

# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## 4. Lücken lassen, etwas vervollständigen lassen, offene Aufgaben

Beispiele:

- Vervollständigen lassen von Relationsdiagrammen, Verknüpfungstafeln, Quadratschemata zu „Zauberquadraten“ (gleiche Summe in alle Richtungen)...
- Ergänzen lassen von Figuren zu symmetrischen Figuren.
- Weitere Lösungsmöglichkeiten für eine Aufgabe finden lassen.
- Mögliche Fragen zu gegebenen Daten finden lassen.
- Lücken im Rahmen eines systematischen Unterrichts identifizieren lassen. („Was fehlt noch?“, z.B. bei verschiedenen Vierecksarten).
- Einen Fehler unter mehreren richtigen Lösungen herausfinden und verbessern lassen ...

# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## 5. Erhöhung von „Komplexität“ und Schwierigkeit: Komplizierung

Aufgabenschwierigkeit allmählich „hochschrauben“:

Das können wir schon; wie sieht es aus, wenn wir ...?

Beispiele:

- Aufgaben ohne /mit Zehnerübergang; Steigerung der Stellenzahl
- Aufgaben mit glatten / „krummen“ Zahlen
- Aufgaben, die eine / mehrere Operationen erfordern

Beachte: Die Diskrepanz zwischen den Aufgaben sollte „dosiert“ sein,  
d.h. nicht zu klein und nicht zu groß!

# Lernphasen und Motivation

Motivation durch „kognitiven Antrieb“ (Neugier)

## 6. Abwechslung, Neuigkeit

Dosierte Diskrepanzen können z.B. auch durch

- Wechsel der „Verpackung“ von Aufgaben (z.B. Verfremdung),
  - Wechsel der Medien (z.B. Tafel → Buch),
  - Wechsel der Arbeitsform (z.B. Klassenunterricht → PA oder GA)
- geschaffen werden.

Beachte:

Diese Variationen sind kein Selbstzweck, sondern müssen im Gesamtrahmen des Lernprozesses begründbar sein.

# Lernphasen und Motivation

Motivationen im Umfeld des Lebenszweckmotivs

**Außermathematische Motivation!**

Warum lernen wir das ?

Wofür ist ein mathematischer Inhalt im Leben gut ?

Wozu braucht man ihn ?

Was kann man damit anfangen?

Herkömmliche Textaufgaben sind oft nicht sehr motivierend für Schüler.  
Woran könnte das liegen?

# Lernphasen und Motivation

Motivationen im Umfeld des Lebenszweckmotivs

## Mögliche Probleme „herkömmlicher“ Textaufgaben:

- Zu weit vom Erfahrungsbereich der Schüler entfernt;
- Unecht bzw. „gekünstelt“;
- Nicht aktuell;
- Schwer verständliche Formulierung;
- Zu große Komplexität;
- Kein Hervorrufen einer „lebendigen Vorstellung“ bei den Schülern.

Geben Sie konkrete Beispiele an, wie man Anwendungsaufgaben Ihrer Meinung nach motivierend gestalten kann.