

Analysis II – Hausaufgabe 6

Abgabe: 26. November 2019, bis 10:15 im Vorlesungsraum

1. Aufgabe (4 Punkte)

Seien $a, b \in \mathbb{R}^n$ gegeben. Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiter Ordnung T_2 folgender Funktion im Punkt $0_{\mathbb{R}^n}$:

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \langle a, x \rangle \langle b, x \rangle.$$

Geben Sie das Restglied an.

2. Aufgabe (5 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto (y - x^2)(y - 2x^2)$.

- 1.) Zeigen Sie, dass $(\text{grad } f)(0, 0) = 0$ ist.
- 2.) Zeigen Sie, dass jede Einschränkung von f auf eine Gerade durch den Nullpunkt ein lokales Minimum im Nullpunkt besitzt.
- 3.) Zeigen Sie, dass f kein lokales Minimum im Nullpunkt besitzt.

3. Aufgabe (7 Punkte)

Seien $w \in \mathbb{R}^n \setminus \{0_{\mathbb{R}^n}\}$ mit $n \geq 2$ und $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{1}{2} \|x - w\|^2 \|x\|^2$ gegeben, wobei $\|\cdot\|$ die euklidische Norm bezeichnet.

- 1.) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}^n$ mit $(\text{grad } f)(x) = 0$.
- 2.) Sind die in 1.) bestimmten Punkte lokale Extrema oder Sattelpunkte?

Total: 16