Freie Universität Berlin SoSe 2017
Fachbereich Mathematik und Informatik
Prof. Dr. K. Polthier, H.-S. Lipschütz Stand: 19. Juni 2017

Elementargeometrie – Hausaufgabe 09

Abgabe: 30.06.2017 **vor** der Vorlesung

---

1. Aufgabe (7 Punkte)
Bestimmen Sie für ein reguläres Quadrat $\square$ die Symmetriegruppe $\text{Iso}(\square)$. Bestimmen Sie weiter die Ordnung von $\text{Iso}(\square)$. Bestimmen Sie für einen der Eckpunkte sowie den Mittelpunkt die Standgruppe $\text{Stab}_{\text{Iso}(\square)}$ und die zugehörigen Bahnen. Operiert $\text{Iso}(\square)$ transitiv auf der der Menge der Eckpunkte eines regulären Quadrates? Skizzieren Sie Ihre Ergebnisse.

2. Aufgabe (6 Punkte)
Zeigen Sie die folgenden Behauptungen:

* Sei (G, M) eine Gruppenoperation und $U = \{m\} \subset M$. Dann ist die Isotropiegruppe $\text{Stab}_G(m)$ tatsächlich eine Gruppe.
* Sei $(G, \oplus)$ eine Gruppe und sei $x \in G$. Weiter sei

  $$Z_G(x) = \{g \in G | g \oplus x = x \oplus g\}.$$

  Zeigen Sie, dass $(Z_G, \oplus)$ eine Gruppe ist.

3. Aufgabe (3 Punkte)
Sei $(G, \oplus)$ eine Gruppe, M eine Menge und (G, M) die zugehörige Gruppenoperation. Zeigen Sie, dass auf M folgende Definition eine Äquivalenzrelation[1] erzeugt:

$$\forall x, \tilde{x} \in M : \; x \sim \tilde{x} \; \Leftrightarrow \; \exists g \in G : \; g(x) = \tilde{x}.$$

Gesamtpunktzahl: 16

[1] Die Bahnen unter G sind Äquivalenzklassen bzgl. dieser Äquivalenzrelation.