

Elementargeometrie – Hausaufgabe 08

Abgabe: 23.06.2017 vor der Vorlesung

1. Aufgabe (5 Punkte)

Bestimmen Sie für zehn der 13 archimedischen Körper den zugehörigen platonischen Körper, aus dem sie erzeugt werden können und beschreiben Sie den zugehörigen Abstumpfungsvorgang.

2. Aufgabe (3 Punkte)

Bestimmen Sie für den abgestumpften Ikosaeder die Anzahl der Ecken, Kanten und Seiten aus den entsprechenden Größen des Ikosaeders. Bestimmen Sie die Kantenlänge des abgestumpften Ikosaeders, sodass er die Größe eines tatsächlichen Fußballs hat¹.

3. Aufgabe (5 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussagen über Isometrien:

- a) Sei $\varphi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ eine lineare Abbildung. Dann ist φ genau dann eine Isometrie, wenn für alle $x \in \mathbb{R}^n$ gilt, dass $|\varphi(x)| = |x|$.
- b) Isometrien sind injektiv.

4. Aufgabe (3 Punkte)

Zeigen Sie die folgende Behauptung:

Sei $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine Isometrie der Ebene. Dann ist φ eine Translation oder Gleitspiegelung², wenn φ keinen Fixpunkt besitzt.

Gesamtpunktzahl: 16

¹Siehe https://www.fifa.com/mm/Document/FootballDevelopment/Refereeing/02/36/01/11/LawsofthegamewebEN_Neutral.pdf.

Wählen Sie den größtmöglichen Wert des Umfangs für Ihre Berechnungen und nehmen Sie an, dass alle Eckpunkte auf einer entsprechend großen Sphäre liegen.

²Gleitspiegelungen sind Verknüpfungen von Spiegelungen und Translationen.