

## Elementargeometrie – Hausaufgabe 07

Abgabe: 16.06.2017 vor der Vorlesung

---

### 1. Aufgabe (4 Punkte)

Unter welcher Voraussetzung gelten in einem Dreieck in der Ebene für die Seitenlängen die *echten* Ungleichungen

$$a < b + c, \quad b < a + c, \quad c < a + b?$$

In welchen Dreiecken gilt Gleichheit?

### 2. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass ein Dreieck in der Ebene genau dann gleichseitig ist, wenn alle seine Innenwinkel gleich sind.

### 3. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass in Dreiecken in der Ebene folgende Gleichheit gilt:

$$(b + c) \tan\left(\frac{\beta - \gamma}{2}\right) = (b - c) \tan\left(\frac{\beta + \gamma}{2}\right).$$

Formulieren Sie die beiden anderen Gleichungen, die durch zyklische Vertauschung entstehen.

### 4. Aufgabe (4 Punkte)

Gegeben sei ein Dreieck  $\Delta$  mit den Seitenlängen  $a, b$  und  $c$ . Weiter sei  $\rho := \frac{a+b+c}{2}$ . Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt eines beliebigen Dreiecks folgendermaßen durch die Längen seiner Seiten bestimmt ist:

$$\mathcal{A}(\Delta) = \sqrt{\rho(\rho - a)(\rho - b)(\rho - c)}.$$

Gesamtpunktzahl: 16