Freie Universität Berlin SoSe 18
Institut für Mathematik
Dr. A. Constantinescu, H.-S. Lipschütz Stand: May 12, 2018

Elementargeometrie – Hausaufgabe 04

Abgabe: 22. Mai 2018, 12:15

---

1. Aufgabe (4 Punkte)
Für $i \in \{1,2,3\}$ sei $\mathbb{A}_i$ ein affiner Raum über $\mathbb{K}$. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

1.) $\mathrm{id}_{\mathbb{A}_1} : \mathbb{A}_1 \to \mathbb{A}_1$ ist eine affine Abbildung.

2.) Seien $f_i : \mathbb{A}_i \to \mathbb{A}_{i+1}$ affine Abbildungen für $i \in \{1,2\}$. Dann ist auch $f_2 \circ f_1 : \mathbb{A}_1 \to \mathbb{A}_3$ eine affine Abbildung.

2. Aufgabe (6 Punkte)
Zeigen Sie: Sei $f : \mathbb{A} \to \mathbb{B}$ eine affine Abbildung. Dann sind folgende Aussagen äquivalent:

1.) f ist ein affiner Isomorphismus.

2.) $\mathrm{Tr} f$ ist ein Vektorraumisomorphismus.

3.) f ist bijektiv.

3. Aufgabe (6 Punkte)
Gegeben seien $V = \{v = (v_1, v_2, v_3)^T \in \mathbb{R}^3 | v_2 = 0\}$ und $W = \mathbb{R}^2$. Weiter seien $(\mathbb{A}, V, \varphi) = (V, V, \varphi)$ und $(\mathbb{B}, W, \psi) = (W, W, \psi)$ die zugehörigen affinen Standardräume. Gegeben sei zudem die folgende *Spurabbildung*:

$$\mathrm{Tr} f : V \to W,\ v \mapsto \begin{pmatrix} v_1 \\ v_3 \end{pmatrix}.$$

1.) Bestimmen Sie das zugehörige f explizit.

2.) Ist f eine affine Abbildung? Begründen Sie Ihre Antwort.

3.) Begründen Sie, ob f ein affiner $\mathbb{R}$-Automorphismus ist.

Total: 16